

روش مقاومت ویژه مختلط در تخمین خواص پتروفیزیکی سنگ‌ها

الهام ساعی نیا^۱، احمد قربانی^۲

^۱ دانش‌آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی دانشگاه یزد، elham.saeinia@gmail.com

^۲ استادیار، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی دانشگاه یزد، aghorbani@yazd.ac.ir

چکیده

در اندازه‌گیری قطبش القایی در حوزه فرکانس، رسانایی ظاهری مواد متخلخل به صورت یک عدد مختلط نوشته می‌شود. بهترین رابطه برای مدل سازی اثر ماکسول - وگنر معادله ماکسول - وگنر - حنای - بروگمن است که به نظریه دیفرانسیلی محیط مؤثر مربوط است. مشخصه‌های کمی ارتباط بین خواص الکترومغناطیسی و متغیرهای هیدرولوژیکی یک موضوع کلیدی در هیدروژئوفیزیک است. در این مطالعه، تئوری محیط مؤثر استفاده شده برای مدل سازی این روابط در خاک و سنگ بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که دو گروه از تئوری محیط مؤثر می‌تواند به وضوح شناخته شود: گروه اول توسط قوانین ماکسول - وگنر و قانون متقارن بروگمن یا ترکیبی از هر دو مشخص می‌شود اما قابل تعمیم به فرکانس‌های پایین نیستند. گروه دوم، توسط قوانین دیفرانسیل محیط مؤثر تشکیل شده و معادله‌های ریاضی پیچیده‌تری دارند و زمانی که خواص وابسته به فرکانس مورد مطالعه قرار گرفته است، ترجیح داده می‌شوند.

واژه‌های کلیدی: مقاومت ویژه مختلط، تئوری محیط مؤثر، هیدروژئوفیزیک، پتروفیزیک، قطبش القایی، رسانایی ظاهری

Complex resistivity method to estimate rocks petrophysical properties

Elham Saeinia, Ahmad Ghorbani¹

¹ Mining and Metallurgy Department, Yazd University

Abstract

In measuring the induction polarization in a frequency domain, the apparent conductivity of the porous material is written as a complex number. The best relation for Maxwell-Wagner's modeling is the Maxwell-Wagner-Hannai-Bruggeman equation, which relates to the theory of differential effective medium. The quantitative characteristics of the relationship between electromagnetic properties and hydrological variables is an important issue in hydrogeophysics. In this study, the theory of effective medium used to modeling of these relationships in soil and rocks is investigated. The results show that the two groups of effective medium theory can be clearly identified: The first group is characterized by the Maxwell-Wagner and the Bruggeman symmetric rule or a combination of both. These rules cannot be generalized to low frequencies. The second group is formed by differential effective medium rules. These rules have more complex mathematical equations and are preferred when frequency-dependent properties are studied.

Keywords: complex resistivity, Effective Medium theory, Hydrogeophysics, Petrophysics, Induced polarization, Apparent conductivity.

۱ مقدمه

اندازه‌گیری‌های قطبش القایی اغلب در حوزه زمان صورت گرفته است. با اندازه‌گیری و بررسی رخنمون‌های کانی‌سازی سولفیدی ثابت گردید که از اندازه‌گیری در حوزه فرکانس اطلاعات کامل‌تری نسبت به برداشت در حوزه زمان حاصل می‌شود. در حوزه فرکانس رسانایی ظاهری مواد متخلخل به صورت یک عدد مختلط نوشته می‌شود [۱]. منشا قطبش القایی دولایه الکتریکی و قطبش غشایی است که به عنوان اثر ماکسول - وگنر شناخته شده است. بهترین رابطه شناخته شده برای مدل سازی اثر ماکسول - وگنر معادله ماکسول - وگنر - حنای - بروگمن است [۲]؛ که به نظریه دیفرانسیلی محیط مؤثر (Differential Effective Medium) مربوط است [۳].

تئوری محیط مؤثر برای مدل سازی روابط بین خواص الکترومغناطیسی (رسانایی با فرکانس پایین و گذردهی فرکانس بالا) و متغیرهای هیدرولوژیکی (آب، شوری، مکش، نفوذ پذیری) در خاک و سنگ استفاده می‌شود. مشخصه‌های کمی ارتباط بین خواص الکترومغناطیس (EM) و متغیرهای هیدرولوژیکی یک موضوع کلیدی در هیدروژئوفیزیک است و در واقع، اهمیت

عمده‌ای برای تبدیل خواص ژئوفیزیک اندازه‌گیری شده به متغیرهای هیدرولوژیکی مورد نظر (آب، نفوذپذیری، رسانایی یونی آب) دارد [۴]. این خصوصیات کمی معمولاً توسط روش‌های تجربی به دست آمده‌اند. همچنین برای این منظور از مدل‌های پتروفیزیکی با مبنای فیزیکی قدرتمند استفاده می‌شود. این رویکردهای نظری دو مزیت ارائه می‌دهند: (۱) این مدل‌ها پیشنهاد برخی از پیش‌فرض‌های فیزیکی بر روی فرآیندهای اساسی حاکم بر روابط بین خواص EM و پارامترهای هیدرولوژیکی را ممکن می‌سازند. (۲) این مدل‌ها مرتبه بزرگی از خواص EM که ممکن است اندازه‌گیری آن‌ها دشوار باشد (به عنوان مثال، گذردهی مختلط از خاک‌های رسی)، را ارائه می‌دهند [۵]. تئوری محیط مؤثر، که روشی نیمه‌تحلیلی می‌باشد، اغلب در فیزیک خاک در ارتباط با اندازه‌گیری‌های EM و متغیرهای هیدرولوژیکی استفاده می‌شود [۴].

نظریه‌های محیط مؤثر و کاربرد آن‌ها برای جامعه‌ای که با هیدروژئوفیزیک کاربردی در ارتباط هستند، شناخته شده نیست. گمان می‌شود دلیل اصلی، پیچیدگی ریاضی آشکار و پیش‌فرض‌های متعدد مورد استفاده برای محاسبه خواص EM محیط مؤثر در سلول ابتدایی است که به ارائه انبوهی از تئوری‌های محیط مؤثر منجر می‌شود.

۲ تئوری محیط مؤثر در هیدروژئوفیزیک

نقطه شروع این روش‌ها یک سلول ابتدایی شامل یک ناهمگونی زیرکروی (اغلب مربوط به دانه‌های جامد و / یا جزء هوا) محصور در یک ماتریس (اغلب آب) است. به طور ضمنی فرض بر این است که عدم تجانس طبیعی موجود در مواد خاکی را می‌توان با یک واحد پایه مورفولوژیکی در این سلول ابتدایی به دست آورد. نتیجه مستقیم از این مفهوم فیزیکی این است که نظریه‌های محیط مؤثر برای اندازه ناهمگونی‌ها تشکیل نشده، بلکه برای شکل ناهمگونی‌ها ایجاد شده است. پیش‌فرض‌های مختلفی نسبت به میدان‌های الکتریکی در اجزای این سلول‌های ابتدایی و تعاملات EM بین ناهمگونی‌های مختلف برای محاسبه خاصیت مؤثر سلول مورد مطالعه، در نظر گرفته می‌شود. عمومی‌ترین تقریب محیط مؤثر استفاده شده در هیدروژئوفیزیک را کوسنزا و همکاران [۵] به سه دسته گروه بندی کرده‌اند:

(۱) قانون ماکسول-گارنت که تعامل EM بین ناهمگونی‌ها را نادیده می‌گیرد.

(۲) قانون متقارن بروگمن که ناهمگونی و ماتریس تعبیه شده در محیط مؤثر ناشناخته را متقارن تلقی می‌کند.

(۳) روش دیفرانسیل محیط مؤثر (یا فرمولاسیون متقارن بروگمن) که به طور مستقیم برای تعامل EM بین ناهمگونی‌های مختلف از مواد محاسبه می‌شود.

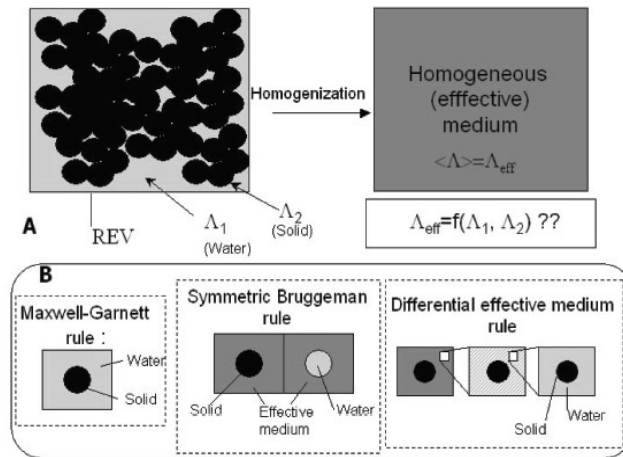
خواص EM ارائه شده توسط تئوری محیط مؤثر، بیش‌تر به عنوان خواص مؤثر در نظر گرفته خواهد شد. صفت 'مؤثر' حاکی از وجود یک حجم ابتدایی نماینده از مواد خاکی است که به طور آماری همگن است؛ به عبارت دیگر، طول مشخصه ناهمگونی‌ها در ارتباط با فازهای مختلف (هوا، آب جامد) باید در مقایسه با حجم ابتدایی نماینده بسیار کوچک باشد. مشخصه EM مؤثر همچنین به عنوان ویژگی مواد همگن (تک فاز) که پاسخ فیزیکی یکسانی از حجم ابتدایی نماینده حاوی ناهمگونی‌های مورد مطالعه را نشان می‌دهند، تعریف شده است. علاوه بر این، از آنجا که میدان‌های EM وابسته به زمان در نظریه‌های محیط مؤثر دلالت داده شده‌اند، تمام محاسبات با فرض شبه ایستایی (اندازه ناهمگونی‌ها در مقایسه با طول موج EM درگیر کوچک است) انجام می‌شوند. در محیط‌های پر اتلاف، یعنی زمانی که رسانایی غیرصفر درگیر است، اندازه ناهمگونی‌های محیط نباید بزرگ‌تر از سطح موج EM باشد که نیازمند جلوگیری از میرایی شدید دامنه میدان در ناهمگونی‌ها است [۵].

تئوری محیط مؤثر در هیدروژئوفیزیک در مواد خاکی اشباع از آب و مواد خاکی غیراشباع مورد بررسی قرار گرفته و توسعه یافته است. در این نوشتار تئوری محیط مؤثر در مواد خاکی اشباع از آب به اختصار شرح داده شده است.

۱-۲ تئوری محیط مؤثر در مواد خاکی اشباع از آب

مخلوط دو فازی از کره‌های جامد محصور در یک ماتریس آب (شکل ۱)، می‌تواند به عنوان یک مدل مرتبه اول از خاک درشت دانه اشباع در نظر گرفته شود. کره جامد می‌تواند در آب بدون تعامل EM با کره‌های اطراف آن (قانون ماکسول - گارنت، شکل A/۱) و یا در محیط مؤثر (قانون متقارن بروگمن، شکل B/۱) جاسازی شود. روش متقارن بروگمن تعاملات EM بین

کره‌های مختلف را به حداکثر می‌رساند: کره جامد در سلول ابتدایی (شکل B/۱) نزدیک‌ترین و دورترین کره‌های مجاور در حالت یکسان را می‌بیند. در نتیجه، این دو قانون به طور عمده در وزن‌دهی به تعاملات EM کره‌های همجوار متفاوت هستند.



شکل ۱. ارائه طرح تئوری‌های مختلف محیط مؤثر استفاده شده در هیدروژئوفیزیک [۵].

به منظور ادغام وزن‌های مختلف، سیحولا و کنگ پارامتر ابتکاری a را برای ارائه معادله‌ای واحد برای هر دو قانون، معرفی کردند:

$$\Lambda_{eff} = \Lambda_w + \frac{\left\{ \frac{(1-n)(\Lambda_s - \Lambda_w)[\Lambda_w + a(\Lambda_{eff} - \Lambda_w)]}{[\Lambda_w + a(\Lambda_{eff} - \Lambda_w) + 1/3(\Lambda_s - \Lambda_w)]} \right\}}{\left\{ 1 - \frac{1/3(1-n)(\Lambda_s - \Lambda_w)}{[\Lambda_w + a(\Lambda_{eff} - \Lambda_w) + 1/3(\Lambda_s - \Lambda_w)]} \right\}} \quad (1)$$

که در آن Λ_{eff} مشخصه EM مؤثر است (یعنی $\Lambda_{eff} = \sigma_{eff}$) اگر خواص فرکانس پایین در نظر گرفته شود ($\omega \rightarrow 0$) و یا $\Lambda_{eff} = \kappa'_{eff}$ اگر خواص فرکانس بالا در نظر گرفته شود ($\omega \rightarrow \infty$). Λ_w مشخصه EM آب، Λ_s مشخصه EM جامد، n تخلخل، a پارامتر ابتکاری در محدوده -1 تا 0 است. عبارت $[\Lambda_w + (\Lambda_{eff} - \Lambda_w)]$ در معادله (۱) مربوط به مشخصه EM زمینه در سلول ابتدایی محاسبه کننده می‌باشد، که اجازه می‌دهد معادله (۱) به عنوان یک قانون اختلاط یکپارچه در نظر گرفته شود. هنگامی که $a = 0$ باشد (بدون تعامل EM بین کره‌ها)، معادله (۱) به مدل ماکسول-گارتن کاهش می‌یابد و زمانی که $a = \frac{2}{3}$ باشد معادله فوق به رویکرد متقارن بروگمن تبدیل می‌شود.

با توجه به رویکرد متقارن بروگمن، زکری و همکاران، قانون متقارن بروگمن خاصی برای پیشنهاد مبنای فیزیکی از مدل تجربی ضریب شکست مختلط، که شکل خاصی از مدل لیچتنکر-روتور است استفاده کردند. مدل لیچتنکر-روتور برای مواد خاکی کاملاً اشباع برابر است با:

$$\Lambda_{eff}^\alpha = (1-n)\Lambda_s^\alpha + n\Lambda_w^\alpha \quad (2)$$

که در آن n تخلخل و α پارامتر تناسب ($-1 \leq \alpha \leq 1$) است. در فرکانس‌های بالا، با قرار دادن $\alpha = 0/5$ معادله (۲) به مدل ضریب شکست مختلط، کاهش می‌یابد. زکری و همکاران نشان دادند که مدل لیچتنکر-روتور را می‌توان با قانون متقارن بروگمن به دست آورد که در آن بیضوی‌های موازی میدان الکتریکی اعمال شده در نظر گرفته می‌شود و نسبت محوری (یعنی نسبت طول نیم‌محور کوچک‌تر به طول نیم‌محور بزرگ) این بیضوی‌ها پیرو یک تابع توزیع بتا است؛ بنابراین نتیجه به دست آمده با تئوری محیط مؤثر، از لحاظ تئوری تأیید می‌شود که توان مدل ضریب شکست مختلط به طور عمده به شکل ناهمگنی‌ها در داخل مواد خاکی و در نتیجه به هندسه منافذ بستگی دارد.

به طور کلی، تمام تحقیقات تجربی که بر روی یک مجموعه بزرگ از محیط متخلخل اشباع شده از آب بدون رسانایی سطحی انجام شده است، نشان می‌دهد، قانون ماکسول-گارتن و قانون متقارن بروگمن به طور مفیدی قابل استفاده هستند اما در

مواردی که پارامتر اکتشافی a معادله (۱) استفاده شود، بهترین پیش‌بینی از خواص EM مؤثر حاصل نمی‌گردد [۵]. فریدمن نشان داد که رسانایی الکتریکی مؤثر جریان مستقیم و گذردهی نسبی مؤثر از بسته‌های اشباع از آب دانه‌های شیشه‌ای کوارتز-ماسه و کوارتز - دانه‌های توف می‌توانند توسط قانون اختلاط یکپارچه سیحولا (معادله ۱) با $a = 0.2$ پیش‌بینی شوند. اگرچه این معادله واحد می‌تواند برای خاک‌های درشت دانه اشباع از آب پیشنهاد گردد اما دو محدودیت را نشان می‌دهد: (۱) این رابطه آستانه نفوذ نظری را برای مواد ساده‌تر (مخلوط آب جامد با توجه به انکلوژن کروی) پیش‌بینی می‌کند که به طور تجربی مشاهده نشده است [۶].

(۲) پارامتر اکتشافی a در نهایت به عنوان یک پارامتر تناسب استفاده می‌شود و شناخت این که چه فاصله‌ای از مقدار 0.2 برای سایر مواد خاکی می‌تواند برون‌یابی شود، به خصوص برای موادی که سطح ویژه بالایی نشان می‌دهند، دشوار است. در واقع، به منظور انجام محاسبات برای فرآیندهای فیزیکوشیمیایی پیچیده مربوط به سطح مواد معدنی، دیفرانسیل قانون محیط مؤثر اغلب ترجیح داده می‌شود [۵].

روش دیفرانسیل محیط مؤثر برای مخلوط دو فاز از کره‌های با مشخصه EM مختلط توسط حنای و برای مخلوط دو فاز از بیضوی با مشخصه EM مختلط توسط بوند و پیرلاس توسعه یافته است. همچنین دوکین و شایلو معادله (۳) را برای بیضوی‌ها با قرار دادن تابع فاکتور سیمان شدگی m ، که تابع عامل قطبش‌زدایی بیضوی است، ارائه کردند:

$$\Lambda_{eff}^* = \Lambda_{eff}^* n^m \left(\frac{1 - (\Lambda_s / \Lambda_w)}{1 - (\Lambda_s / \Lambda_{eff})} \right)^m \quad (3)$$

در معادله (۳) علامت * نشان‌دهنده مقادیر مختلط است [۵].

۳ نتیجه‌گیری

نظریه‌های محیط مؤثر برای اندازه ناهمگنی‌ها تشکیل نشده بلکه برای شکل ناهمگنی‌ها به وجود آمده است. بررسی انجام شده نشان می‌دهد تئوری محیط مؤثر ابزارهای نظری قدرتمندی برای مدل‌سازی روابط بین خواص الکترومغناطیسی و متغیرهای هیدرولوژیکی است. با وجود انبوهی از تئوری‌های محیط مؤثر، تئوری‌ها از نظر شواهد به دو گروه تقسیم شده‌اند: (۱) قوانین ماکسول - گارنت و قوانین متقارن بروگمن و یا ترکیبی از هر دو که برای به دست آوردن مدل‌های دقیق و ساده استفاده می‌شوند؛ اما قابل تعمیم به فرکانس‌های پایین نیستند. (۲) قوانین دیفرانسیل محیط مؤثر که مدل‌های ریاضی پیچیده‌تری فراهم می‌کند؛ اما مبنای فیزیکی واضحی برای همه پارامترهای استفاده شده، ارائه می‌دهد؛ به عبارت دیگر، هیچ پارامتر ابتکاری و متناسبی معرفی نشده است. علاوه بر این، این روش‌ها به خوبی قادر به محاسبه فرآیندهای رسانایی سطحی هستند.

منابع

- [1] قاری، ح. ع.، قربانی، ا.، انصاری، ح.، ۱۳۹۲، معکوس سازی پارامترهای مدل کول - کول با استفاده از الگوریتم شبیه سازی باز پخت برای داده های قطبش القایی طیفی (SIP)، مجله ژئوفیزیک ایران، جلد ۷، شماره ۳، ۷۸-۹۲.
- [2] Ghorbani, A., 2007, Contribution au développement de la résistivité complexe et à ses applications en environnement, Ph.D. thesis, Paris 6 University.
- [3] Cosenza P., Ghorbani A., Revil A., Zamora M., Schmutz M., Jougnot D. and Florsch N., 2008, A physical model of the low-frequency electrical polarization of clay-rocks. Journal of Geophysical Research 113, B08204, doi: 10.1029/2007JB005539.
- [4] Friedman S.P., 2005, Soil properties influencing apparent electrical conductivity: A review. Computers and Electronics in Agriculture 46, 45-70.
- [5] Cosenza P., Ghorbani A., Camerlynck, C., Rejiba, F., Guérin, R., and Tabbagh, A., 2009, Effective medium theories for modelling the relationships between electromagnetic properties and hydrological variables in geomaterials: a review, Near Surface Geophysics, 563-578.
- [6] Sen P.N., Scala C. and Cohen M.H., 1981, A self-similar model for sedimentary rocks with application to the dielectric constant of fused glass beads, Geophysics 46, 781-795.