

## معکوس سازی شبه سه بعدی داده های الکترومغناطیس هلی کوپتری حوزه فرکانس با منظم سازی سه بعدی

حسینعلی قاری<sup>1</sup>، بهروز اسکویی<sup>2</sup>، مهرداد باستانی<sup>3,4</sup>

<sup>1</sup>استادیار، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، [hghari@yazd.ac.ir](mailto:hghari@yazd.ac.ir)

<sup>2</sup>دانشیار، موسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، [boskooi@ut.ac.ir](mailto:boskooi@ut.ac.ir)

<sup>3</sup>پژوهشگر، سازمان زمین شناسی سوئد، اپسالا، سوئد، [mehrdad.bastani@sgu.se](mailto:mehrdad.bastani@sgu.se)

<sup>4</sup>استاد همبسته، دپارتمان علوم زمین، دانشگاه اپسالا، سوئد، [mehrdad.bastani@geo.uu.se](mailto:mehrdad.bastani@geo.uu.se)

### چکیده

در مقاله‌ی حاضر، طرح معکوس سازی شبه سه بعدی با اعمال تغییرات فضایی پارامترهای مدل در روش اکام، ارائه شده است (P-3D-OInv). از طریق این الگوریتم، داده‌های FHEM موجود بر روی تمام خطوط پرواز با معرفی یک تابع هدف مشترک بطور همزمان معکوس سازی می‌شوند و مدل بلوکی سه بعدی همواری از مقادیر مقاومت ویژه‌ی الکتریکی، حاصل می‌شود؛ بطوریکه از قدرت تفکیک سه بعدی برخوردار است. در الگوریتم P-3D-OInv، بسته به واریانس پارامترها در جهت‌های قائم، جانبی و در عرض خطوط پرواز، قیدها وزن دهی می‌شوند و این اطمینان حاصل می‌شود که پارامترهای مدل در شرایط زمین شناسی متفاوت، بطور صحیح تغییر می‌کنند. علاوه بر این، ارتفاع واقعی پرواز نیز با استفاده از یک "معکوس سازی مقید شده در جهت افقی" بازیابی می‌شود. در نهایت، الگوریتم P-3D-OInv توسط یک مدل مصنوعی پیچیده ارزیابی می‌شوند. نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم ارائه شده مدل‌های هموار و پیوسته البته با اثرات غیرواقعی کمتری را برمی‌گرداند و اثرات نویز داده‌ها را کاهش می‌دهد.

**واژه‌های کلیدی:** مقاومت ویژه‌ی الکتریکی، داده‌های الکترومغناطیس هلی کوپتری حوزه‌ی فرکانس، معکوس سازی شبه-سه بعدی اکام.

## Pseudo 3D inversion of FHEM data with weighted 3D regularization

Hosseinali Ghari<sup>1</sup>, Behrooz Oskooi<sup>2</sup> and Mehrdad Bastani<sup>3,4</sup>

<sup>1</sup> Department of Mining and Metallurgical Engineering, Yazd University

<sup>2</sup> Department of Earth Physics, Institute of Geophysics, University of Tehran

<sup>3</sup> Geological Survey of Sweden

<sup>4</sup> Department of Earth Sciences, Uppsala University

### Abstract

An efficient pseudo-3D Occam's inversion scheme is presented here to stabilize the traditional 1D inversion so as to analyze the FHEM data. This scheme is of 1D Occam's inversion and is modified with 3D smoothness constraints between adjacent lines and within each line to simultaneously invert multiple flight lines to minimize a common objective function. In this regard, the incorporation of the lateral, vertical, and cross-line weighting factors into the regularization matrix leads to a more stable solution and produces geologically more realistic results. In this inversion algorithm, we are able to incorporate the inequality constraint. Here, we refer to this approach as pseudo-3DOccam's inversion (P-3D-OInv). To validate P-3D-OInv, we consider synthetic responses generated over 3D models including known targets and the real data. The results show that P-3D-OInv gives fewer inversion artifacts, and smoother and more continuous models. In addition, it efficiently reduces the effects of data noise.

**Keywords:** Electrical resistivity, FHEM data, Pseudo-3D Occam's inversion.

## 1 مقدمه

در سیر تحولی رویکردهای معکوس سازی داده‌های هلی کوپتری حوزه‌ی فرکانس (FHEM)، ابتدا هر ایستگاه اندازه‌گیری مستقل از سایر ایستگاه‌ها به صورت 1D معکوس سازی می‌شد (معکوس سازی مقید نشده به صورت جانبی یا 1D-LUI). در بیشتر مواردی که ساختارهای زمین‌شناسی تغییرات جانبی سریع در منطقه مورد بررسی نشان می‌دهند؛ ساختارهای دو و سه بعدی (2D & 3D)، اجرای روش‌های 1D-LUI با مشکلاتی مواجه می‌شوند. بنابراین، برای مواجهه با اثرات ساختارهای سه‌بعدی، رهیافت معکوس سازی 1D مقید شده به صورت جانبی (1D-LCI) و سپس رویکرد معکوس سازی 1D مقید شده به صورت فضایی (1D-SCI)؛ یعنی مقید شده در جهت جانبی در راستای هر خط پرواز و در عرض خطوط پرواز، پیشنهاد شده است (ویزولی و همکاران، 2008).

با این حال، تاکنون 1D-LCI و 1D-SCI برای داده‌های FHEM با استفاده از روش لونیبرگ-مارکوآرت (LM) اجرا شده است (سیمون و همکاران، 2009؛ ویزولی و همکاران، 2008). از آنجایی که روش LM به مدل شروع به شدت وابسته است و فرض می‌کند همیشه تغییرات مقاومت ویژه در جهت قائم شدید است، پس معکوس سازی با تعریف مدل هموار با استفاده از روش اکام (Occam) مطرح می‌گردد. البته روش اکام یک‌بعدی فقط قید همواری قائم اعمال می‌کند و تغییرات افقی پارامتر فیزیکی را بی‌قید و بند رها می‌کند. سپس دگروت-هدلین و کانستبل (1990) اولین بار الگوریتم اکام دو بعدی را برای معکوس سازی داده‌های مگنتوتلوریک مطرح کردند و سپس قاری و همکاران (1398) الگوریتم اکام دوبعدی را با عنوان 2D-DOInv برای معکوس سازی داده‌های FHEM معرفی کردند.

در این مقاله، توسعه روش 2D-DOInv از طریق اعمال قید سوم بین پارامترهای موجود در مدل؛ که "قید در عرض خطوط" نامیده می‌شود، نوعی روش معکوس سازی شبه‌سه‌بعدی با در نظر گرفتن تغییرات فضایی پارامترهای مدل در الگوریتم اکام معرفی شده است. از طریق این الگوریتم، داده‌های موجود بر روی تمام خطوط پرواز همزمان معکوس سازی می‌شوند و در نهایت یک مدل بلوکی 3D هموار از مقادیر مقاومت ویژه الکتریکی حاصل می‌شود. علاوه بر این، ارتفاع واقعی پرواز نیز با استفاده از یک "معکوس سازی مقید شده در جهت افقی" بازیابی می‌شود. این روش، نوعی روش اکام سه‌بعدی بهبود یافته است که معکوس سازی شبه‌سه‌بعدی اکام (P-3D-OInv) نامیده می‌شود.

## 2 معکوس سازی شبه‌سه‌بعدی اکام (P-3D-OInv)

برای پیاده‌سازی این طرح سه بعدی، همانطور که در شکل (1) می‌توان مشاهده کرد، مدل زیرسطح زمین معمولاً به سلول‌هایی زیر هر ایستگاه اندازه‌گیری تقسیم می‌شود که مقاومت ویژه مربوط به آن بازیابی خواهد شد. در این شبکه-بندی،  $N_X$  سلول در جهت پرواز یعنی  $X$ ،  $N_Y$  سلول عمود بر جهت پرواز یعنی  $Y$  و  $N_Z$  سلول در جهت  $Z$  وجود دارد. با استفاده از دگروت-هدلین و کانستبل (1990) و والکر (1999)، در این پژوهش، تابع هدف به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\varphi(\mathbf{m}) = \alpha^{-1} \left\{ \left[ (\mathbf{d}_{obs} - F(\mathbf{m}))^T \mathbf{W}_d^T \mathbf{W}_d (\mathbf{d}_{obs} - F(\mathbf{m})) \right] - \varphi_d^{*2} \right\} + (\mathbf{m}^T \mathbf{W}_m \mathbf{m}) \quad (1)$$

$$\mathbf{d}_{obs} = \left( \text{Re}(H_{abg}^{ppm}), \text{Im}(H_{abg}^{ppm}) \right)^T$$

$$\mathbf{m} = \left( \rho_{acb}^*, h_{ab} \right)^T$$

$a = 1, 2, \dots, N_X$  (the number of stations along a flight line)

$b = 1, 2, \dots, N_Y$  (the number of flight lines)

$c = 1, 2, \dots, N_Z$  (the number of layers)

$g = 1, 2, \dots, N_f$  (the number of frequencies)

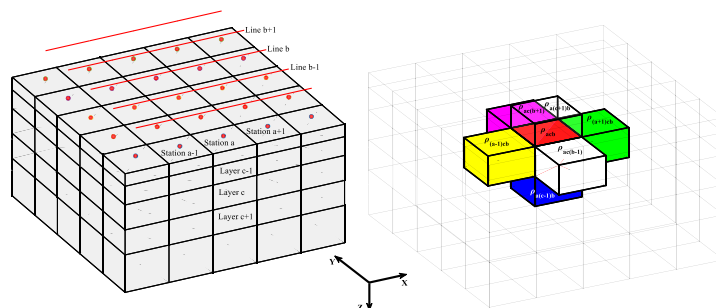
$$\rho_{acb}^* = \ln \left( \frac{\ln(\rho_{acb}) - \ln(\rho_{min})}{\ln(\rho_{max}) - \ln(\rho_{acb})} \right), \quad \mathbf{W}_d = \text{diag} \left( \frac{1}{\sigma_{111}}, \dots, \frac{1}{\sigma_{abg}} \right), \quad \mathbf{W}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_\rho & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{W}_h \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{W}_\rho = \eta_X^{-2} \partial_X^T \partial_X + \eta_Y^{-2} \partial_Y^T \partial_Y + \eta_Z^{-2} \partial_Z^T \partial_Z, \quad \mathbf{W}_h = \theta \eta_{Xh}^{-2} \partial_X^T \partial_X$$

در روابط بالا  $\varphi_m$  و  $\varphi_d$  به ترتیب اندازه‌های، نرم 2، از عدم برازش دادها و مدل می‌باشند و  $\mathbf{m}$  بردار پارامترهای مدل، شامل مقادیر مقاومت ویژه ( $\rho_{ac}^*$ ) به عنوان پارامترهای فیزیکی و ارتفاع پرواز ( $h_a$ ) به عنوان پارامترهای هندسی خواهند بود. بردار داده‌های مشاهده‌ای و بردار پاسخ مدل پیشرو به ترتیب به صورت  $\mathbf{d}_{obs}$  و  $F(\mathbf{m})$  و عدم برازش مطلوب در قالب  $\varphi_d^*$  تعریف می‌شوند.  $\mathbf{W}_d$  ماتریس وزنی داده‌ها است که در آن،  $\sigma$  بردار انحراف استاندارد برای هر کدام از مؤلفه‌های بردار داده‌ها است؛ ضریب  $\gamma$  پارامتر منظم‌سازی می‌باشد و  $\mathbf{W}_m$  ماتریس منظم‌سازی مدل خواهد بود. در اینجا،  $\mathbf{W}_p$  ماتریس هموارساز سه‌بعدی برای مقادیر پارامترهای فیزیکی است. که  $\hat{\theta}$  ماتریس تفاضلی مرتبه اول در نظر گرفته می‌شود و ضرایب  $\eta_X^{-2}$ ،  $\eta_Y^{-2}$  و  $\eta_Z^{-2}$  مقادیر مثبت حقیقی هستند که به ترتیب وزن همواری در جهت‌های  $X$ ،  $Y$  و  $Z$  می‌باشند که برای هر لایه توسط کاربر تعیین می‌شود. هر چه این مقادیر در یک جهت بزرگ‌تر باشند، هموارسازی در آن جهت بیشتر خواهد بود. مقدار این ضرایب به اطلاعات مفسر یا کاربر از ویژگی‌های زمین‌شناسی منطقه بستگی دارد. این اطلاعات می‌تواند از برداشت‌های زمین‌شناسی، اطلاعات چاه‌ها و همچنین سایر داده‌های ژئوفیزیکی مانند داده‌های لرزه حاصل شود. همانطور که در شکل (1) نشان داده شده است، مقاومت ویژه‌ی هر سلول با سلول‌های همسایه از طریق فیلتر هموارساز  $\mathbf{W}_p$  مرتبط می‌شود. همچنین ماتریس  $\mathbf{W}_h$  برای مقید کردن ارتفاع در امتداد خط پرواز، جهت  $X$  به کار گرفته شده است. در این طرح، خطای جذرمیانگین مربعات به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$\chi_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} [(\mathbf{d}_{obs} - F(\mathbf{m}))^T \mathbf{W}_d^T \mathbf{W}_d (\mathbf{d}_{obs} - F(\mathbf{m}))]} \quad (2)$$

در این فرایند معکوس‌سازی، برای مدل‌سازی پیشرو از سینگ و موگی (2010) استفاده شده است.

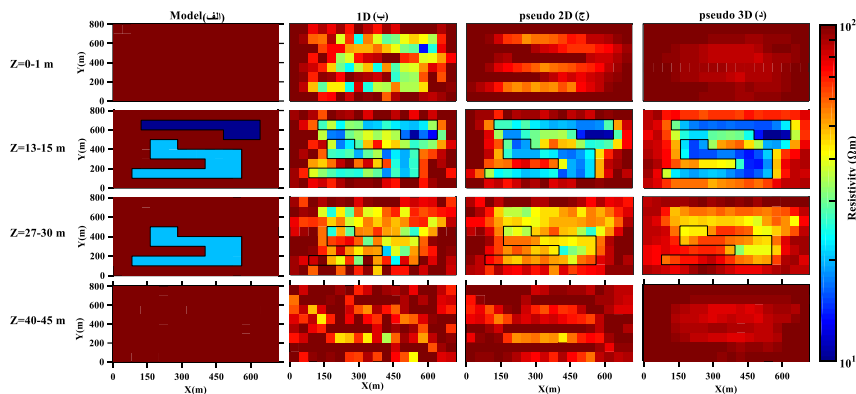


**شکل 1.** نمایش نحوه ارتباط پارامترهای فیزیکی مدل زیرسطح زمین در روش معکوس‌سازی P-3D-OINV. نقاط و خطوط قرمز به ترتیب محل ایستگاه‌های اندازه‌گیری  $a-1$ ،  $a$ ،  $a+1$  ... در سطح مدل و خطوط پرواز  $b-1$ ،  $b$ ،  $b+1$ ، ... را نشان می‌دهند. مقاومت ویژه در لایه  $c$ ، در ایستگاه برداشت  $a$  و خط پرواز  $b$  به صورت  $\rho_{acb}$  مشخص می‌شود. در طرح معکوس‌سازی شبه سه بعدی، هر پارامتر (مقاومت ویژه سلول یا  $\rho_{acb}$ ) با پارامترهای بالا و پایین خود به صورت قائم، با پارامترهای شرق و غرب خود به صورت جانبی و با پارامترهای شمال و جنوب خود در عرض خطوط پرواز مقید شده است. در این مدل، محورهای  $X$  و  $Y$  به ترتیب جهت شرق و شمال را نشان می‌دهند.

### 3 اجرای الگوریتم P-3D-OINV

این مدل مصنوعی پیچیده شامل دو جسم منشوری در یک محیط با مقاومت ویژه 100 اهم‌متری شود. اجسام با ضخامت 21 و 31 متر در عمق 5 متر با مقاومت ویژه به ترتیب 10 اهم‌متر (جسم 1) و 20 اهم‌متر (جسم 2) قرار دارند. توزیع مقاومت ویژه در چهار عمق در شکل (2-الف) ارائه شده است. برداشت FHEM با استفاده از سیستم Aerodart شبیه‌سازی شده است. نویز گاوسی 3٪ نیز به داده‌های مصنوعی اضافه می‌شود. شکل‌های (2-ب)، (2-ج) و (2-د) به ترتیب برش‌های افقی مدل‌های مقاومت ویژه معکوس‌سازی شده توسط کدهای 1D-Occam، 2D-DOINV و P-3D-OINV نشان می‌دهد. گسترش آنومالی در برش‌های عمقی  $Z = 0 - 1$  متر و  $Z = 40 - 45$  متر در شکل (2-ب) و (2-ج) به علت اثرات 3D می‌باشند، به ویژه نتایج معکوس‌سازی 1D-Occam در سطح مدل. این اثرات در مدل حاصل از P-3D-OINV تقریباً حذف شده است. اگرچه شکل و طرح کلی اجسام تقریباً توسط سه الگوریتم در عمق 13-15 متر بازسازی شده است، اما حضور قندهای 2D/3D (پارامترهای منظم‌سازی مناسب) منجر به مدل‌های هموار و با ثبات‌تری شده‌اند که با

مدل واقعی در شکل (2-الف) قابل قیاس هستند. معکوس سازی شبه سه بعدی نسبت به معکوس شبه دو بعدی منشورها را بهتر بازسازی می کند؛ با این حال، نتایج شبه دو بعدی به دلیل عدم وجود قید در جهت  $Y$  تباین بارزتری با محیط اطراف خود نشان می دهد. به علت حضور قید در جهت  $Y$  در شبه سه بعدی، این نتایج کمتر تحت تاثیر قرار جسم 1 قرار می گیرند و مقاومت ویژه محیط بهتر بازسازی شده است، اما جسم 2 نسبت به 1D-Occam و 2D-DOInv خوب بازایی نشده است. از شکل (2) می توان اثرات نوفه را در نتایج 1D-Occam و 2D-DOInv خصوصاً در عمق میانگین یک متری نتایج مربوط به روش 1D، مشاهده کرد؛ اما تاثیر نوفه ها، با استفاده از قید در جهت  $Y$  در تکنیک شبه سه بعدی فیلتر شده اند.



شکل 2. نتایج معکوس سازی 1D-Occam، 2D-DOInv و P-3D-OInv. مرز واقعی آنومالی ها نیز با خطوط سیاه رنگ برای مقایسه ارائه شده است. هر ستون برش های افقی را در عمق های مختلف نشان می دهد. (الف) مدل واقعی و مدل های بازسازی شده توسط (ب) 1D-Occam، (ج) 2D-DOInv و (د) P-3D-OInv.

#### 4 نتیجه گیری

در پژوهش حاضر الگوریتم P-3D-OInv به منظور معکوس سازی شبه سه بعدی داده های FHEM توسعه داده شده است. این الگوریتم منجر به تغییرات فضایی پیوسته و آرام برای مقاومت ویژه، افزایش قدرت تفکیک سه بعدی می گردد و مزایای رهیافت اکام را فراهم می کند. این معکوس سازی شبه سه بعدی باعث پایداری هر چه بیشتر رهیافت 1D-Occam؛ در حضور عارضه های زمین شناسی چند بعدی، اثرات سه بعدی و داده هایی با کیفیت متفاوت می شود؛ همچنین تضمین می کند که هموارترین ساختار مقاومت ویژه بازایی شده، پیچیده تر از ساختار واقعی نخواهد بود. حتی در مواردی که داده ها با نوفه همراه باشند، می توان اثر نوفه را با استفاده از قیدهای هموارساز فیلتر کرد و قدرت تفکیک تصاویر مقاومت ویژه زیر سطحی را افزایش داد. بنابراین، این تکنیک می تواند خطاهای اندازه گیری و پردازش را مهار کند.

#### منابع

قاری، ح. ع.، اسکویی، ب.، باستانی، م.، خیرالهی، ح.، 1398، معکوس سازی شبه دو بعدی داده های الکترومغناطیس هلی کوپتری حوزه فرکانس بر پایه روش اکام میرا شده: پژوهش های ژئوفیزیک کاربردی، 5، (2)، 259-310.

deGroot-Hedlin, C. and Constable, S., 1990, Occam's inversion to generate smooth, two-dimensional models from magnetotelluric data: *Geophysics*, **55**, (12), 1613-1624.

Siemon, B., Auken, E. and Christiansen, A.V., 2009, Laterally constrained inversion of helicopter-borne frequency-domain electromagnetic data: *Journal of Applied Geophysics*, **67**, (3), 259-268.

Singh, N.P. and Mogi, T., 2010, EMDPLER: A F77 program for modeling the EM response of dipolar sources over the non-magnetic layer earth models: *Computers & geosciences*, **36**, (4), 430-440.

Viezzoli, A., Christiansen, A.V., Auken, E. and Sørensen, K., 2008, Quasi-3D modeling of airborne TEM data by spatially constrained inversion: *Geophysics*, **73**, (3), F105-F113.