

توموگرافی چند مقیاسی زمان سیر شکست مرزی در حوزه موجک با استفاده از روش FISTA

مهدي سعادت دستنای¹، امین هیات²

¹دانشجوی دکتری لرزه شناسی، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، Mahdi.Saadat@ut.ac.ir
²دانشجوی دکتری ژئوفیزیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم تحقیقات، AminHeiat1983@yahoo.com

چکیده

یک دلیل عمده برای بد وضعی مسئله توموگرافی زمان سیر مفروض داشتن فرض فرکانس بالا در ردیابی پرتو میباشد. در حالیکه با استفاده از پرتوهای چاق مسئله بصورت پایدارتری حل خواهد شد. سطوح مختلف تبدیل موجک قادر به ارائه چنین نمایشی از پرتوها میباشد، بطوریکه با وارونسازی سطح به سطح در حوزه موجک ابتدا طول موجهای بلند مدل (ضرایب تقریب) تخمین زده میشوند و رفته رفته جزئیات به آن اضافه میشود. چنانچه جزئیات مرتبه بالا در این فرایند وارونسازی چند مقیاسی در نظر گرفته نشوند این روش هم ارز منظم سازی هموار ساز خواهد بود. چون مدل سرعتی نمایش تنکی در حوزه موجک دارد، ضرایب تخمین زده شده نیز باید این ویژگی را حفظ کنند لذا در اینجا از منظم سازی نرم اول ضرایب موجک و از روش **FISTA** برای حل مسئله استفاده شده است. این روش بر داده مصنوعی و داده واقعی اعمال شد و نتایج آن با نتایج دیگر روشها مقایسه شده است.

واژه‌های کلیدی: توموگرافی زمان سیر، حوزه موجک، وارونسازی چند مقیاسی، آستانه گذاری نرم

Multi scale refraction travelttime tomography in wavelet domain using FISTA

Mahdi Saadat Dastenaee¹
Amin Heiat²

¹PhD candidate in exploration seismology, Institute of Geophysics of Tehran university.

² PhD candidate, Science and research branch, Islamic Azad university.

Abstract

Inversion of travelttime data using ray tracing is a bad posed problem. High frequency approximation is a reason of the bad conditioning, meanwhile employing fat rays in the inversion process mitigates the severity of the problem. Decomposed levels in wavelet domain could provide a desired representation of rays so that in a scale-wise inversion in wavelet domain, initially long wavelengths of model are estimated and gradually details are added to the model. If estimation of high order coefficients be ignored, the method is equivalent to a smoothing regularization method. Velocity model has a sparse representation in wavelet domain so the estimated coefficients should preserve this specification too. FISTA is used for solving the problem and the method have applied on synthetic and real data and results are compared with other methods.

Keywords: Travelttime tomography, Wavelet domain, Multiscale inversion, Soft thresholding

1 مقدمه

توموگرافی زمان سیر لرزه‌ای بعنوان یک روش متداول بمنظور تعیین ساختار سرعتی زمین شناخته می‌شود (ژنگ و توکروس ۱۹۹۸). در این روش اندازه جزئیاتی از مدل که قابل بازیابی هستند، بوسیله عوامل متعددی از جمله تئوری، هندسه برداشت و خود ساختار زمین شناسی محدود می‌شود (دولست و اپرتو ۲۰۰۵). گاهی بخاطر ساختمان زمین شناسی برخی مناطق مانند آنومالی های کم سرعت، مقدار پوشش پرتوی کمتری را تجربه می‌کنند یا حتی مناطق سایه را تشکیل می‌دهند در حالیکه پارامترهای مدلی که در مجاورت چشمه ها و گیرنده قرار دارند، از پوشش پرتوی بالایی برخوردار بوده و حساسیت تابعی خطا نسبت به چنین پارامترهایی بسیار بالاتر خواهد بود. بر اساس مباحث نظری، کوچکترین جزئیاتی که در فرایند وارونسازی زمان سیر میتوان بازیابی نمود مطابق با اندازه زون اول فرنل می‌باشد. بدین ترتیب در لرزه نگاری شکست مرزی که چشمه‌ها و گیرنده‌ها روی سطح قرار دارند، پارامترهای مدل کم عمق که پرتوهایی با طول کم و طول‌های متوسط و زیاد و با گستره زاویه‌ای وسیعی آنها را قطع کرده‌اند، دارای رزولوشن بالاتری خواهند بود و میزان این قدرت تفکیک با افزایش عمق کاسته می‌شود. از طرفی در روشهای معمول توموگرافی، بعلت استفاده از فرض فرکانس بالا در ردیابی پرتو و یکسان انگاشتن شبکه بندی مدل، رزولوشن یکسانی در سرتاسر مدل به مسئله تحمیل می‌شود که باعث ایجاد اثرات مصنوعی مانند رد پرتوها (فوت پرینت پرتو) در مدل بازسازی شده می‌شود. در چنین شرایطی حتی ویژگیهای دارای طول موج بلند نواحی دارای پوشش پرتوی پایین به کندی به سمت مقدار صحیح حرکت می‌کنند در صورتیکه بعد از چند تکرار، مدل حول پارامترهای کم عمق شروع به نوسان می‌کند. یک راهکار برای غلبه بر این مشکل استفاده از منظم سازی هموار کننده می‌باشد. در این نوع از منظم سازی تابعی خطا بوسیله نرخ تغییرات مدل جریمه می‌شود تا از ایجاد تغییرات ناگهانی در مدل بازسازی شده جلوگیری بعمل آورد (آستر و همکاران ۲۰۱۸). این روش اگرچه پایداری را بوسیله یک پاسخ هموار به مسئله القا می‌کند اما همچنان رزولوشن را در سراسر مدل یکسان در نظر می‌گیرد بطوریکه در نواحی که جزئیات مدل نیز قابل حل است آنها را هموار می‌سازد و همچنان به پارامترها وابستگی ترجیحی نشان می‌دهد. در این شرایط راهکار مناسب بایستی دو ویژگی مهم داشته باشد: با توجه به تغییرات رزولوشن در مدل، طی یک فرآیند چند مقیاسی ابتدا طول موجهای بلند مدل تخمین زده شود و سپس در نواحی دارای رزولوشن بالاتر جزئیات نیز به آن اضافه شود. پارامتر دهی مدل بصورتی باشد که پوشش پرتو در سراسر مدل تقریباً یکسان باشد. با توجه به این دو اصل روشهای متعددی بمنظور بهبود عملکرد روش توموگرافی زمان سیر ارائه شده است. ژئو (۲۰۰۳) راهکاری چند مقیاسی ارائه داد که در هر مرحله از یک شبکه بندی با اندازه متفاوت برای مسئله توموگرافی استفاده میشود. همچنین محققانی روش‌های شبکه بندی انطباقی، چند شبکه ای و چند مقیاسی را برای حل این مشکل ارائه کردند (وسناور ۱۹۹۶، بوم و همکاران ۲۰۰۰، ژنگ و توربر ۲۰۰۵). در ادامه این روند تبدیل موجک دو بعدی نیز بخاطر ویژگی ذاتی چند مقیاسی بودن (دابچیز ۱۹۹۲) مورد اقبال قرار گرفت. بطوریکه میتوان ابتدا ویژگی های هموار مدل را با تخمین ضرایب تقریب این تبدیل، محاسبه نمود و در مراحل بعد ویژگیهای کوچکتر را با تخمین ضرایب جزئیات به آن اضافه نمود. (دولست و همکاران ۲۰۰۸). بدلیل نمایش تنک مدل در حوزه موجک، توموگرافی در این حوزه معمولاً با منظم سازی نرم مرتبه اول ضرایب موجک همراه است (فنگ و ژنگ ۲۰۱۴، لوریس و همکاران ۲۰۰۷). در این مقاله نیز ما برای غلبه بر مشکل توزیع ناممکن پوشش پرتو و بدست آوردن حداکثر اطلاعات ممکن از داده از راهکار چند مقیاسی در حوزه موجک استفاده می‌کنیم.

2 روش تحقیق

استفاده از ردیابی پرتو با فرض فرکانس بالا (high frequency approximation) بعنوان اپراتور مدلسازی پیشرو در مسئله توموگرافی باعث بد وضع (ill-posed) شدن آن می‌شود. چرا که در واقعیت این پرتو های چاق (fat ray) هستند که از چشمه به گیرنده می‌رسند بطوریکه با در نظر گرفتن یک شبکه بندی محلی پرتوهای چاق تعداد بیشتری از سلولها را متناسب با پهنای خود قطع می‌کند. با اعمال تبدیل موجک بر سطرهای ماتریس هسته (kernel) و بازسازی سطوح

مختلف آن چنین نمایشی (با پهنای مختلف) از پرتو ها بدست می آید (شکل ۱) که بد وضعی مسئله مرتفع مینماید و footprint ناشی از فرض فرکانس بالای پرتوها را از مدل بازسازی شده پاک می کند. بصورت کلی نمایش یک تصویر دو بعدی در حوزه موجک بصورت زیر می باشد:

$$u(x, z) = \sum_{j=1}^J \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^I \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{j,n,i,m}^{ww} \psi_{j,n}(x) \psi_{i,m}(z) + \sum_{j=1}^J \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^I \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{j,n,i,m}^{ws} \psi_{j,n}(x) \phi_{i,m}(z) + \sum_{j=1}^J \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^I \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{j,n,i,m}^{sw} \psi_{j,n}(x) \phi_{i,m}(z) + \sum_{j=1}^J \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^I \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{j,n,i,m}^{ss} \phi_{j,n}(x) \phi_{i,m}(z) \quad (1)$$

در این رابطه $C_{j,n,i,m}$ ضرایب موجک (ψ) و تابع مقیاس (ϕ) هستند و J و I بترتیب نشان دهنده مقیاس در جهت های عمودی و افقی هستند و m و n نشان دهنده جابجایی اپراتورها می باشد. این رابطه یک مرحله از تبدیل موجک را نشان می دهد و در هر مرحله تصویر به سه قسمت جزئیات و یک قسمت تقریب تقسیم می شود (جمله آخر). در مراحل بعد قسمت تقریب نیز خود تحت چنین تبدیلی قرار می گیرد. تبدیل موجک یک تبدیل خطی و دارای پایه های متعامد می باشد:

$$C = Wm, m = W^T C \quad (2)$$

سیگنال ها و تصاویر در حوزه موجک نمایش تنکی دارند. به این معنی که قسمت های هموار یک تصویر بوسیله تعدادی از ضرایب تقریب قابل بازسازی بوده و تغییرات ناگهانی تصویر مانند مرزها بر ضرایب محلی جزئیات، تصویر می شوند. لذا اغلب ضرایب در این حوزه صفر می باشند. (استارک ۲۰۰۵، مالات ۲۰۰۹). تابع خطا برای مسئله توموگرافی زمان سیر غیر خطی در حالت کلی به شکل زیر می باشد:

$$E = \left\| d - g(m) \right\|_2^2 + \lambda \|Lm\|_p \quad (3)$$

جمله اول این رابطه مجذور نرم اقلیدسی باقیمانده داده می باشد که در آن از اپراتور غیر خطی g برای محاسبه داده از روی مدل استفاده شده است. λ ضریب لاگرانژ رابطه بوده و جمله دوم، تابع جریمه نامیده می شود که از اطلاعات پیشین برای مقید سازی مدل استفاده می کند. اگر در این رابطه $p = 2$ و L اپراتور مشتق مرتبه اول یا دوم تعریف شوند، مسئله هم ارز منظم سازی تیخونوف بوده و مدل تخمینی هموار خواهد بود. البته هموار سازی را به روش ها دیگری نیز میتوان به مدل اعمال نمود. مثلا تایلاندر و همکاران (۲۰۰۹) که گرادیان تابعی خطا (جمله اول رابطه ۳) با استفاده از حل تفاضل متناهی رابطه الحاقی معادله ایکونال محاسبه نموده اند، بعد از هر بار اعمال گرادیان بر مدل بوسیله یک تابع گوسی روی مدل میانگین گیری انجام شد تا مدل هموار بماند. همچنین لئونگ و جیان (۲۰۰۶) با استفاده از روشی مشابه، پیش از اعمال گرادیان بوسیله اپراتور لاپلاسیین ابتدا گرادیان را بصورت هموار محاسبه و سپس بر مدل اعمال کردند. در اینجا چون ما قصد داریم وارونسازی در حوزه موجک انجام شود و همچنین از آنجا که در این حوزه ضرایب تنک هستند تابع خطا با ویژگیهای $L = W, p = 1$ تعریف میشود. بدین ترتیب تابعی خطا بصورت زیر در خواهد آمد:

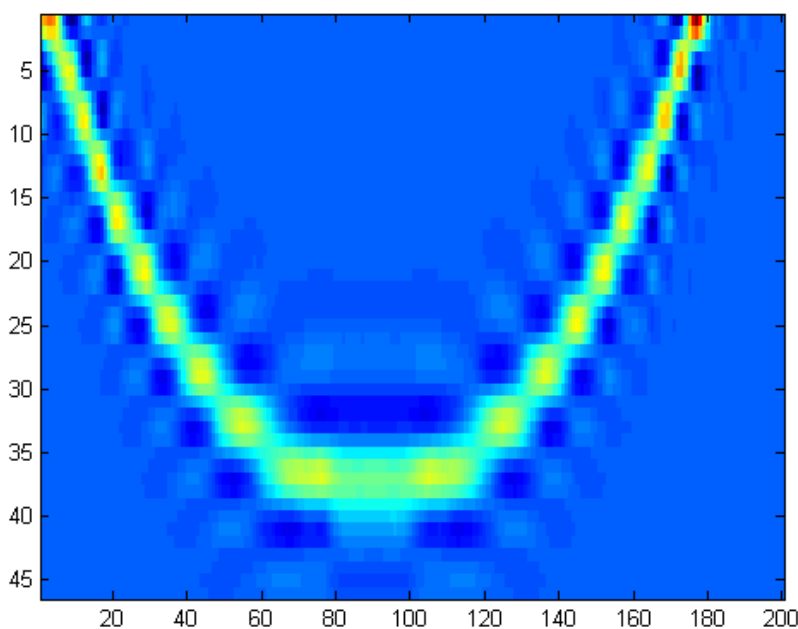
$$E = \left\| d - g(W^T C) \right\|_2^2 + \lambda \|C\|_1 \quad (4)$$

روش کار به این صورت است که یک مدل اولیه برای شروع فرایند وارونسازی تعریف می شود، پس از تعیین ضرایب موجک مدل، در هر سطح از تبدیل موجک، مسئله کمینه سازی رابطه (۴) با استفاده از روش FISTA (بک و تبول ۲۰۰۹) حل می شود. به این ترتیب که در هر سطح از تبدیل موجک ابتدا گرادیان ضرایب موجک مربوط به جمله باقیمانده داده تعیین می شود و مدل با استفاده از جهت گرادیان تعیین شده و یک طول گام عددی بروز می شود. سپس با توجه به مقدار λ آستانه گذاری نرم به طریق زیر روی آن اعمال شده تا جمله دوم تابعی خطا نیز لحاظ شود:

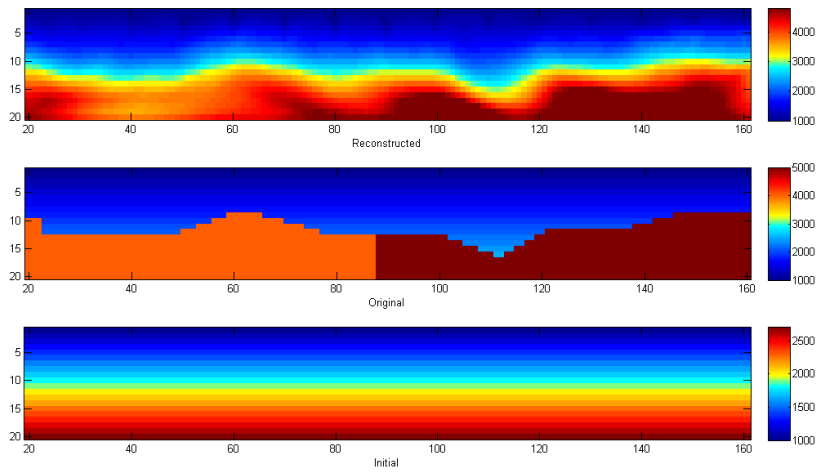
$$ST_{\lambda}(C) = \begin{cases} c_i - \lambda; c_i > \lambda \\ 0; -\lambda \leq c_i \leq \lambda \\ c_i + \lambda; c_i < -\lambda \end{cases} \quad (5)$$

در ادامه مطابق با روش FISTA پارامترهای الگوریتم برورسانی می‌شود و تا زمانی که الگوریتم در سطح مورد نظر همگرا شود، فرایند تکرار خواهد شد. پس از آن مدل تخمین زده شده در سطح قبل بعنوان مدل اولیه برای سطح بعدی در نظر گرفته شده و همان فرایند تکرار می‌شود. تا جزئیات مدل نیز به آن اضافه شود.

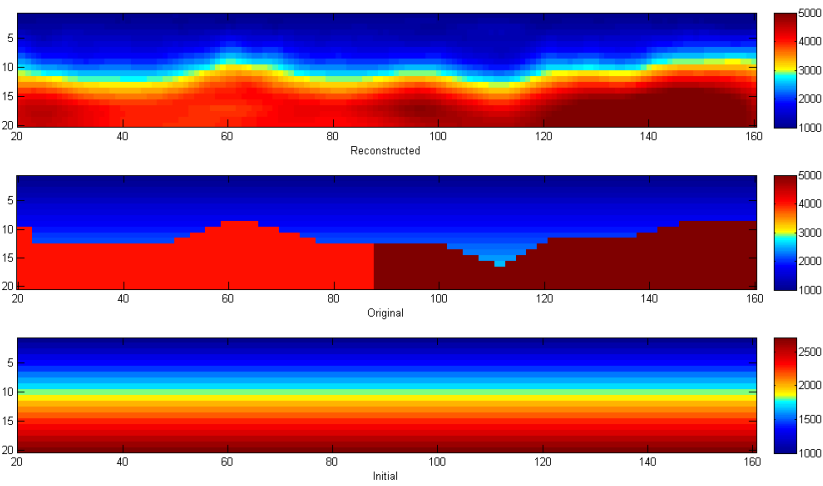
الگوریتم فوق بر روی مدل مصنوعی پالم (۱۹۸۱) اعمال شد (شکل ۲). در این مدل گرادیان سرعت، تغییرات جانبی سرعت، و سطوح ناهموار وجود دارند. مدل اولیه در این فرایند یک مدل گرادیانی در نظر گرفته شد که بعد از ۳۰ تکرار خطای RMS باقیمانده داده از مرتبه 10^{-5} رسید. داده‌های مصنوعی این مدل با استفاده از روش لئونگ و جیان (۲۰۰۶) نیز وارون شد که نتایج آن در شکل (۳) نمایش داده شده است و بعد از ۵۰ تکرار خطای آن از مرتبه 10^{-4} بدست آمد. این روش به یک مجموعه داده واقعی نیز از شهر تبریز اعمال شد که نتایج آن در شکل (۴) نمایش داده شده است. اطلاعاتی همچون داده چاه برای صحت سنجی نتایج وجود ندارد اما مقایسه نمودار زمان مسافت داده واقعی و داده بدست آمده از مدل تخمینی (شکل ۵)، و خطای RMS مرتبه 10^{-4} بر کارایی این روش صحت می‌گذارد.



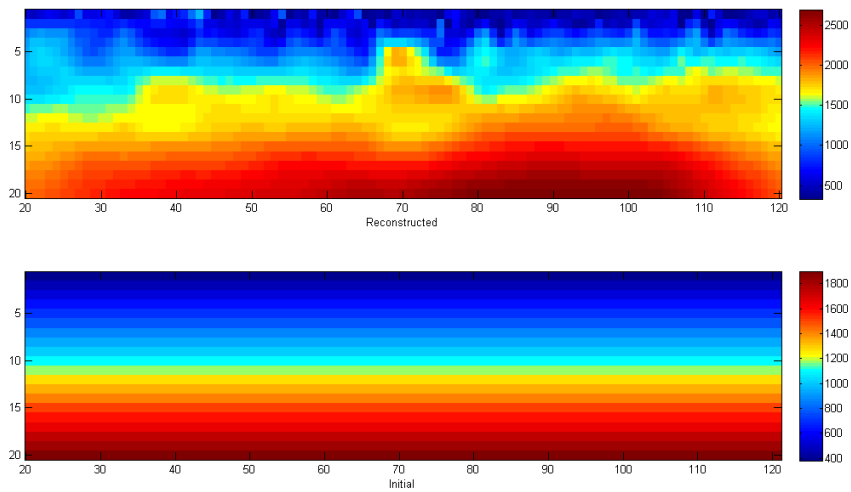
شکل ۱. پرتوی چاق بازسازی شده از سطح اول و دوم تبدیل موجک



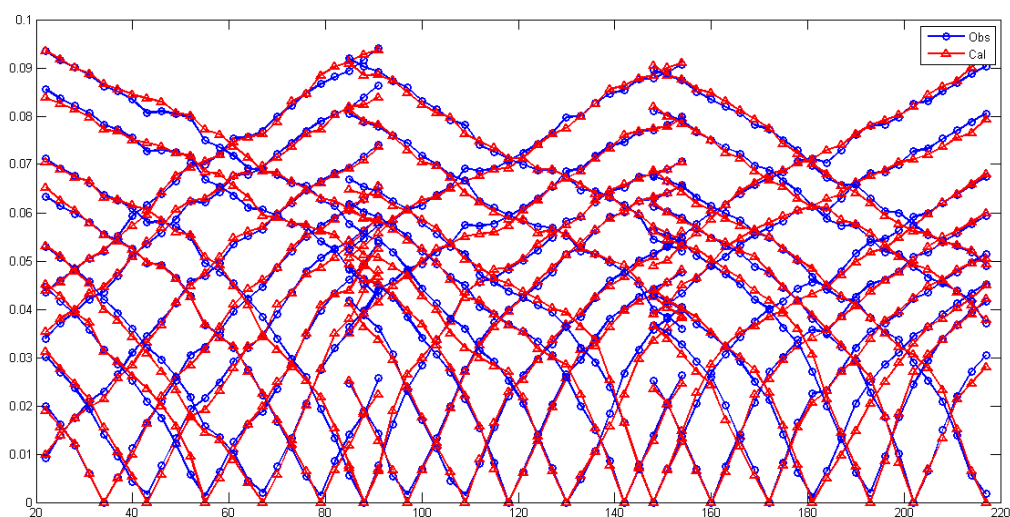
شکل ۲. مدل پالمرا (۱۹۸۰) (وسط) مدل بازسازی شده با روش لئونگ و جیان (۲۰۰۶) (بالا) و مدل اولیه وارونسازی (پایین)



شکل ۳. مدل پالمرا (۱۹۸۰) (وسط) مدل بازسازی شده با روش چندمقیاسی در حوزه موجک (۲۰۰۶) (بالا) و مدل اولیه وارونسازی (پایین)



شکل ۴. مدل بازسازی شده مربوط به شهر تبریز با روش چند مقیاسی در حوزه موجک (بالا) مدل اولیه (پایین)



شکل ۵. مقایسه داده واقعی (رنگ آبی) و داده بازسازی شده (رنگ قرمز) با خطای RMS از مرتبه 10^{-4}

3 نتیجه‌گیری

استفاده از روش وارونسازی چند مقیاسی در حوزه موجک در ترکیب با منظم سازی نرم اول ضرایب موجک، علاوه بر حذف اثرات ساختگی ناشی از رد پرتوهای مثبتی بر فرض فرکانس بالا، باعث میشود رزولوشن هر قسمت از مدل متناسب با پوشش پرتوی آن قسمت باز سازی شود. بطوریکه در قسمتهای کم عمق که رزولوشن از نظر تئوری بالاتر است، با استفاده از آستانه گذاری نرم، ضرایب موجک مرتبه بالا در محل تغییرات سریع مدل، در ایجاد مدل بازسازی شده شرکت میکنند. حال آنکه در قسمتهای عمیقتر که پوشش محدود پرتوهای با طول مختلف از رزولوشن میکاهد، آستانه گذاری نرم اجازه دخالت ضرایب کوچک را در مدل بازسازی شده نمیدهد (مقایسه شکل ۲ و ۳). لذا با تنظیم پارامتر λ میتوان به مدلی با رزولوشن صحیح دست پیدا کرد. این موضوع در تصویر بازسازی شده از داده واقعی (شکل ۴) نیز واضح است و علاوه بر برازش مناسب داده باز سازی شده با داده واقعی مدل از لحاظ زمین شناسی معنادار است.

منابع

- Aster, R. C, Borchers, B, Thurber, C. H., 2012, Parameter estimation and inverse problems (Second edition), Elsevier.
- Beck, A., Teboulle, M., 2009, A fast iterative shrinkage- thresholding algorithm for linear inverse problems, SIAM J. Imaging Science, **2**, 183-202.
- Bohm, G., Galuppo, P. and Vesnaver, A., 2000. 3D adaptive tomography using Delaunay triangles and Voronoi polygons, Geophys. Prospect., **48(4)**, 723-744.
- Delost, M., Operto, S., Virieux, J., and Adler, F., 2005, Introducing Wavelets in travelttime tomography: Application to Fothills, SEG New Orleans 2006 annual meeting.
- Delost, M., Virieux, J., and Operto, S., 2008, First arrivals travelttime tomography using second generation wavelets, Geophysical prospecting, **56**, 505-526.
- Fang, H., Zhang, H., 2014, Wavelet based double difference seismic tomography with sparsity regularization, Geophysical journal international, **199**, 944-955.
- Leung, S., Qian, J., 2006. An adjoint state method for three dimensional transmission travelttime tomography using first arrivals, Communications in mathematical science.

- Loris, I., Nolet, G., Daubechies, I., and Dahlen, F.A., 2007, Tomographic inversion using L_1 -Norm regularization of wavelet coefficients, *Geophysical Journal international*, **159**, 359-370.
- Mallat, S., 2009, *A wavelet tour of signal processing: The sparse way* (third edition), Academic press.
- Palmer, D., 1980, *The Generalized Reciprocal Method of seismic refraction interpretation*, SEG.
- Stark, H. G., 2005, *Wavelets and signal processing*, Springer.
- Talandier, C., Nobel, M, Chauris, H, and Clandra, H., 2009, First arrivals travelttime tomography based on the adjoint-state method, *Geophysics*, **74(6)**.
- Vesnaver, A.L., 1996. Irregular grids in seismic tomography and minimum time ray tracing, *Geophys. J. Int.*, **126(1)**, 147–165.
- Zhang, J, Toksoz, M. N., Nonlinear refraction travelttime tomography, 1998, *Geophysics*, **63(5)**.
- Zhang, H. & Thurber, C. 2005. Adaptive mesh seismic tomography based on tetrahedral and Voronoi diagrams: application to Parkfield, California, *J. geophys. Res.*, **110(B4)**, B04303.
- Zhou, H.W., 2003. Multiscale travelttime tomography, *Geophysics*, **68(5)**, 1639–1649.