مدلسازی پیشرو پلاریزاسیون القایی حوزه فرکانس در چارچوب تفاضل محدود

اشکان علی‌حیدری[۱]، رضا قناتی[۲]
دانشجو کارشناسی ارشد، موسسه ژئوفیزیک دانشگاه تهران، ashkan.aliheidari@ut.ac.ir
[۲] استادیار، گروه فیزیک زمین، موسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران rghanati@ut.ac.ir

چکیده

استفاده از اندازه‌گیری‌های پلاریزاسیون القائی حوزه فرکانس در مطالعات هیدروژئوفیزیکی و اکتشافی به دلیل درجه آزادی بیشتر در سال‌های اخیر درحال گسترش است. هنگام استفاده از یک طیف فرکانسی، اطلاعات بیشتری از زمین در دسترس خواهد بود و پارامترهای تفسیری بیشتری وجود خواهد داشت و در نتیجه عدم قطعیت در تفسیر ساختارهای پیچیده زیرسطحی بسیار کاهش خواهد یافت. این امر از طریق یک مدل جامع برای توصیف تغییرات ویژگی‌های الکتریکی با فرکانس یعنی مدل Cole-Cole قابل حصول است. با استفاده از روش پلاریزاسیون القایی طیفی (SIP) و بکارگیری طیف فرکانسی مشخص، می‌توان رفتار طیفی و شدت هر کدام از پارامترهای مدل را توصیف کرد. بدین منظور، با نوشتن برنامه کامپیوتری مورد نیاز در محیط Matlab و انتخاب یک مدل تجربی به منظور مدلسازی پاسخ فرکانسی زمین، حل مسئله پیشرو برای امپدانس ظاهری به ازاء طیفی از فرکانس در چارچوب روش عددی تفاضل محدود انجام شد و شبه مقطع‌های مقاومت‌ویژه و زاویه فاز برای مدل فیزیکی مربوطه بدست‌آمد. نتایج این تحقیق گامی مهم در حل مسئله وارون پلاریزاسیون القائی در حوزه فرکانس قلمداد می‌شود.

واژه‌های کلیدی: پلاریزاسیون القایی طیفی، مساله پیشرو، پارامترهای مدل، امپدانس ظاهری، مدل کول-کول، طیف فرکانسی

Frequency-domain induced polarization forward modeling using the finite difference method

Ashkan Aliheidari[1], Reza Ghanati[2]
[1] M.Sc. Student, Institute of Geophysics, University of Tehran, Tehran, Iran, ashkan.aliheidari@ut.ac.ir
[2] Assistant Professor, Department of Earth Physics, Institute of Geophysics, University of Tehran, rghanati@ut.ac.ir

Abstract

The use of frequency-domain induced polarization measurements in hydro-geophysical and exploratory studies has been expanding in recent years due to the greater degree of freedom. Accordingly, much study is needed on this matter. While using a specific frequency spectrum, much more information and interpretive parameters are available about the study area, therefore, the interpretation uncertainty will diminish. This could be achieved by using a comprehensive and general model which is appropriate for electrical features variation by frequency, specifically the Cole-Cole model. By using the SIP method and applying a defined broad of frequencies, it is possible to describe the properties, spectral behavior, and intensity of each single model parameter. To do so, by writing required MATLAB codes and choosing a synthetic model for modeling the ambiance frequency response, the forward problem was solved to acquire apparent impedance in a certain broad of frequencies and then, related apparent resistivity and phase angle pseudo-sections for the synthetic model were obtained. The results of this study are a significant step for inverting frequency IP data.

Keywords: Induced polarization, forward problem, model parameters, apparent impedance, Cole-Cole model, frequency spectrum

۱ مقدمه

پلاریزاسیون القائی به عنوان یک روش ژئوفیزیکی غیرتهاجمی ابتدا به منظور اکتشاف کانسارهای فلزی پیشنهاد شد. اما با توسعه

و افزایش دقت ابزارهای اندازه گیری و ارائه مدل‌های تجربی و فیزیکی برای تحلیل پاسخ پلاریزاسیون القائی زمین، امروزه این روش در مطالعات زیست محیطی، هیدروژئوفیزیکی و بررسی‌های مهندسی به کارگرفته می‌شود (زونج و وین، ۱۹۷۵؛ یانگ و کیم، ۲۰۰۴). بوسیله اعمال میدان الکتریکی خارجی در مواد زیر سطح زمین، توزیعی از بارهای الکتریکی بوجود خواهد آمد که در اثر حذف میدان خارجی، توزیع بار به حالت طبیعی برمی‌گردد و از حالت توزیع نامتقارن خارج می‌شود که این برگشت به حالت طبیعی باعث ایجاد پاسخ IP می‌شود (پتانسیل طبیعی در درون زمین) که به آن پلاریزاسیون القایی می‌گوییم، به این دلیل که میدان خارجی باعث القا پتانسیل الکتریکی ثانویه در زمین می‌شود. برای پیشروی در ادامه مباحث، در این قسمت لازم است تا به این نکته اشاره شود که اندازه‌گیری‌های پلاریزاسیون القایی به دو دسته اندازه‌گیری‌های حوزه زمان [۲۴](TDIP) و اندازه‌گیری‌های حوزه فرکانس [۲۵](FDIP) تقسیم‌بندی می‌شود. اخیراً به این نتیجه رسیده‌اند که تمام پارامترهای موجود در پلاریزاسیون القایی حوزه زمان را می‌توان با اندازه‌گیری‌های حوزه فرکانس بدست آورد بنابراین مطالعه درباره این حوزه بسیار حائز اهمیت است.

دو حالت کلی برای اندازه‌گیری در حوزه فرکانس وجود دارد. حالت اول استفاده از دو فرکانس در اندازه‌گیری‌ها است که در کارهای معدنی بسیار مرسوم است و حالت دوم استفاده از یک بازه (طیف) فرکانسی در اندازه‌گیری هاست که علاوه در بحث معدن، در مطالعات مهندسی و زیست محیطی نیز کارآمد است. هنگام استفاده از یک بازه فرکانسی، اطلاعات بسیار بیشتری از زمین در دسترس خواهد بود و پارامترهای تفسیری بیشتری وجود خواهد داشت که در نتیجه عدم قطعیت در تفسیر بسیار کاهش خواهد یافت (مارتین و گونته، ۲۰۱۶). در اندازه‌گیری‌های حوزه فرکانس از جریان متناوب یا سینوسی استفاده می‌شود. پاسخ‌های IP حوزه زمان در زمان قطع جریان ثبت می‌شوند ولی پاسخ‌های ثبت شده در حوزه فرکانس در زمان برقراری جریان قرائت می‌شوند. در هنگام استفاده از جریان متناوب، با پارامتری به نام امپدانس (Impedance) سروکار داریم که پارامتری مختلط است و از مقاومت (Resistance) که قسمت حقیقی آن بوده و همچنین مقاومت واکنشی (Reactance) که قسمت موهومی آن است، تشکیل شده است. بعنوان یک عدد مختلط وابسته به فرکانس که دارای فاز و اندازه مشخص است، مقاومت ویژه مختلط بصورت کامل می‌تواند پاسخ الکتریکی سنگ یا خاک را نسبت به یک برانگیختگی الکتریکی (electrical excitation) ارائه بدهد.

با توجه به موارد گفته شده، سوالی که وجود دارد این است که پاسخ پلاریزاسیون القائی زمین از چه طریقی قابل مدل‌سازی و تفسیر است. معمولاً از مدل‌های تجربی و فیزیکی برای توجیه پاسخ IP زمین استفاده می‌شود که یکی از این مدل‌ها، مدل Cole-Cole است که در این مقاله از آن بهره گرفته می‌شود. مدل Cole-Cole مقاومت ویژه مختلط را با ۴ پارامتر فیزیکی تعریف می‌کند. اندازه (ρ) یا مقاومت ویژه حوزه DC یا فرکانس پایین، شارژپذیری m، ثابت زمانی یا زمان آسایش τ و توان آسایش یا وابستگی فرکانسی c (کمنا و همکاران، ۲۰۰۴). حل مسئله پیشرو در مدلسازی‌های ژئوفیزیکی به عنوان بخشی جدایی ناپذیر از هر مسئله وارون است، بنابراین در این مقاله روش عددی برمبنای تفاضل محدود برای حل مسئله پیشرو پلاریزاسیون القائی در حوزه فرکانس در چارچوب مدل تجربی Cole-Cole ارائه می‌دهد. نتایج مدلسازی برای یک مدل فیزیکی منجر به تولید امپدانس مختلط و در نتیجه محاسبه اندازه مقاومت ویژه الکتریکی و فاز می‌شود. نتایج این تحقیق گامی مهم در حل مسئله وارون پلاریزاسیون القائی در حوزه فرکانس قلمداد می‌شود.

۲ روش تحقیق

برای اندازه‌گیری اثر IP طیفی لازم است تا دامنه مقاومت ویژه مختلط ($|\rho|$) بر حسب اهم‌متر Ωm و فاز مقاومت ویژه مختلط (ϕ) بر حسب رادیان در یک گستره فرکانسی مشخص ثبت شود که این گستره معمولا بین ۱ میلی‌هرتز تا چندین کیلوهرتز است. مقاومت ویژه مختلط (ρ^*) با رابطه ریاضی زیر به مقادیر اشاره شده مربوط می‌شود (فیانداکا و رام، ۲۰۱۳).

$$\rho^* = |\rho| exp^{i\phi} = \rho' + i\,\rho'' \qquad (۱)$$

[24] Time Domain Induced Polarization
[25] Frequency Domain Induced Polarization

که در رابطه (۱) مقادیر ρ' و ρ'' به ترتیب قسمت حقیقی و موهومی مقاومت ویژه مختط هستند و $i = \sqrt{-1}$. قسمت حقیقی توصیف کننده قسمت مطابق با قانون اهم یا جابجایی بار یا از دست رفتن انرژی (Energy Loss) است و قسمت موهومی بیانگر جدایش بار یا ذخیره انرژی یا قطبش‌پذیری (Polarization) می‌باشد. مدل Cole-Cole مقاومت ویژه مختلط را با ۴ پارامتر فیزیکی تعریف می‌کند (کمنا و همکاران، ۲۰۰۴).

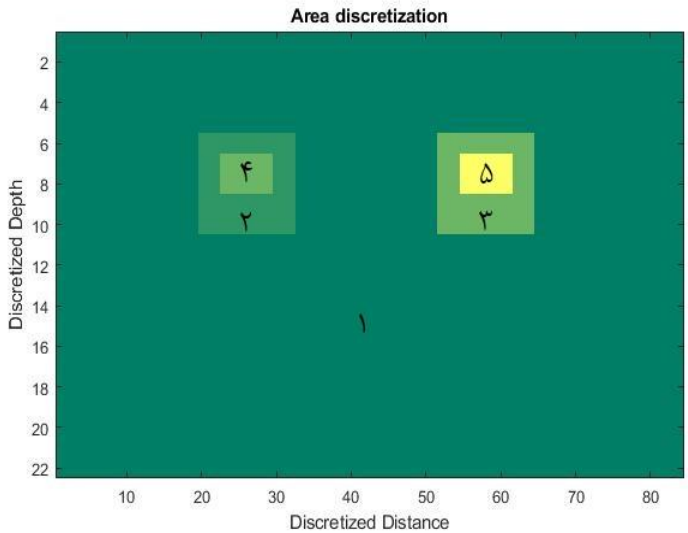
$$\rho^*(\omega) = \rho_0[1 - m(1 - \frac{1}{1 + (i\omega\tau)^c})] \qquad (۲)$$

که در رابطه (۲)، ρ بیانگر مقاومت ویژه حوزه DC ، m شارژپذیری، τ ثابت زمانی یا زمان آسایش، c توان آسایش یا وابستگی فرکانسی و ω فرکانس زاویه ای می‌باشد. هر کدام از این پارامترهای فیزیکی با تغییر خاصیت سنگ تغییر می‌کند (مثل تغییر در توزیع اندازه دانه‌ها، توزیع اشباع آب، درجه حرارت، تراوایی، تخلخل، توزیع دانه‌بندی). جدا از مقاومت ویژه حوزه DC و شارژپذیری m که در IP حوزه زمان استفاده می‌شود، دو پارامتر فیزیکی اضافی شامل زمان آسایش τ و وابستگی فرکانسی c در این مدل وجود دارد. برای تخمین پارامترهای مدل کول-کول برای یک زمین دوبعدی، ابتدا مسئله پیشرو در یک فضای دوبعدی و به ازای فرکانس‌های مختلف حل شده و مقدار امپدانس ظاهری به ازاء آرایه الکترودی مشخص محاسبه می‌گردد، سپس با استفاده از یک الگوریتم وارون‌سازی مناسب، پارامترهای Cole-Cole از یک برداشت SIP دو بعدی به ازاء به هر فرکانس تخمین زده می‌شود (لوک و چمبرز ۲۰۰۶). هدف در این رساله، نمایش شبه‌مقطع‌های (Pseudo-sections) مقاومت‌ویژه و زاویه فاز حاصل از حل مساله پیشرو در یک فضای دوبعدی برای یک مدل مصنوعی مشخص (شکل۱) با استفاده از یک آرایه الکترودی مشخص به ازای فرکانس‌های مختلف است که بوسیله خروجی‌های حاصل از محیط برنامه‌نویسی MATLAB نمایش داده‌شده‌است.

معادله حاکم بر مساله پیشرو که حل عددی آن به روش تفاضل محدود (Finite Difference) انجام شده، به این صورت می‌باشد (ولر و همکاران، ۱۹۹۶)

$$-\nabla.[\sigma^*(x,z)\nabla\varphi^*(x,z)] = I\delta(x - x_s)(z - z_s) \qquad (۳)$$

که در رابطه (۳) σ^* رسانندگی مختلط، ϕ^* پتانسیل الکتریکی مختلط، I شدت جریان (آمپر)، δ تابع دلتای دیراک و x_s و z_s بیانگر مختصات نقطه تزریق جریان به درون زمین می‌باشند.

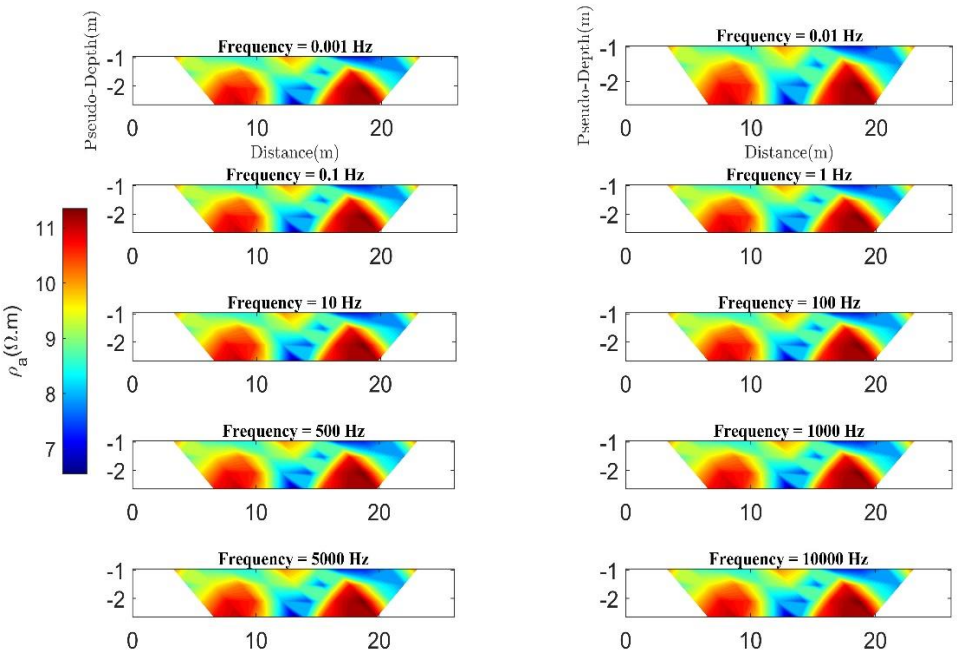


شکل ۱. نمایشی از مدل مصنوعی در نظر گرفته شده همراه با محیط های مختلف از لحاظ پارامترهای فیزیکی (پارامترهای کول-کول)

جدول ۱- مقادیر پارامترهای کول-کول مدل مصنوعی

شماره باکس	۱	۲	۳	۴	۵
مقاومت ویژه (Ωm)	۱۰	۷	۵	۵	۳
شارژپذیری (mV/V)	۱۰	۵۰	۷۰	۱۰۰	۱۵۰
زمان آسایش (s)	۱	۳	۶	۱۰	۴۰
وابستگی فرکانسی (-)	۰.۲	۰.۳	۰.۴	۰.۴	۰.۵

برای مدل دوبعدی نشان داده‌شده در شکل ۱، مقادیر امپدانس ظاهری برای آرایه دایپل- دایپل با تعداد ۱۰ عدد ایستگاه اندازه‌گیری و فاصله الکترودی ۲.۵ متر در فرکانس‌های۰.۰۰۱، ۰.۰۱، ۰.۱، ۱، ۱۰، ۱۰۰، ۵۰۰، ۱۰۰۰، ۵۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ هرتز محاسبه شده و سپس با استفاده از روابط ریاضی مشخص، شبه‌مقطع (Pseudo-section) مقاومت‌ویژه (شکل ۲) و زاویه فاز (شکل ۳) رسم شده‌اند. همانطور که دیده می‌شود پاسخ مقاومت ویژه ظاهری و فاز در فرکانس‌های مختف متفاوت است و موید این مطلب است که ساختارهای زیرسطحی در مقابل فرکانس‌های مختلف رفتار متفاوتی دارند. در واقع این انتظار وجود دارد که برخی از آنومالی‌های زیرسطحی پاسخ مشخص‌تری در مقابل برخی از فرکانس‌ها از خود نشان دهند که منجر به آشکارسازی بهتر آنها می‌شود که ممکن است در فرکانس‌های دیگر دیده نشود.

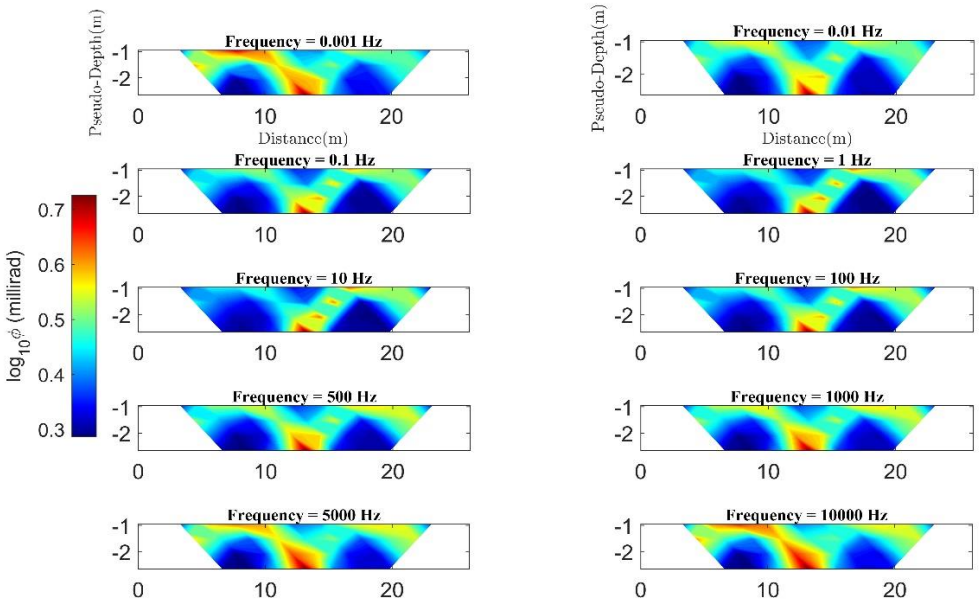


شکل ۲- شبه مقطع مقاومت ویژه الکتریکی مربوط به مدل مصنوعی در بازه فرکانسی ۱ میلی هرتز تا ۱۰ کیلوهرتز

۳ نتیجه‌گیری

با بکارگیری روش پلاریزاسیون القایی طیفی (SIP) اطلاعات بسیار بیشتری از زمین در دسترس خواهد بود و پارامترهای تفسیری بیشتری وجود خواهد داشت، بنابراین می‌توان به عدم قطعیت کمتر در تفسیر داده‌های پلاریزاسیون القایی دست یافت که این امر باعث تفسیر دقیق‌تر و ارائه نتایج صحیح‌تر می‌شود. از آنجاییکه مساله پیشرو مناسب و دقیق لازمه‌ی انجام صحیح مساله وارون می‌باشد و همچنین پارامترهای فیزیکی محیط مورد مطالعه بر اساس فرمول بندی مسئله وارون غیرخطی و برآورد مقاومت ویژه مختلط به ازاء هر فرکانس و در نهایت تخمین پارامترهای کول-کول حاصل می‌شود، با در نظر گرفتن مدل‌های فیزیکی مختلف می‌توان شبیه‌سازی بهتری نسبت به سطح زیر زمین انجام داد و به نتایج صحیح‌تری دست پیدا کرد. در این

مقاله سعی شده‌است تا شبه‌مقاطع حاصل از یک مدل تجربی مشخص جهت آشنایی با خروجی حل مساله پیشرو به نمایش در بیاید. بنابراین پاسخ اندازه مقاومت ویژه الکتریکی و فاز با حل عددی معادله پیشرو توزیع پتانسیل در یک محیط ۲/۵ بُعدی در چارچوب رهیافت تفاضل محدود محاسبه شد. نتایج این پژوهش به نتایج این تحقیق گامی مهم در حل مسئله وارون پلاریزاسیون القائی در حوزه فرکانس قلمداد می‌شود.



شکل ۳- شبه مقطع زاویه فاز مربوط به به مدل مصنوعی در بازه فرکانسی ۱ میلی هرتز تا ۱۰ کیلوهرتز

منابع

Fiandaca, G., Ramm, J., 2013, Resolving spectral information from time-domain induced polarization data through 2D inversion, Geophys. J. Int 192, 631–646.
Günther, T., Martin, Tina, 2016, Spectral two-dimensional inversion of frequency-domain induced polarization data, Journal of Applied Geophysics 135, 436–448.
Kemna, A., Binley, A., Ramirez, A.L., Daily, W.D., 2000, Complex resistivity tomography for environmental applications. Chemical Engineering, 77, 11–18.
Loke, M.H., Chambers, J.E., 2006, Inversion of 2D spectral induced polarization imaging data, Geophysical Prospecting, 54, 287–301.
Weller, A., Seichter, M., Kampke, A., 1996, Induced-polarization modeling using complex electrical conductivities. Geophysical Journal International 127, 387–398.
Yang, J. S., Kim, H. J., 2004, Estimation of Cole-Cole parameters from multi-frequency IP data: Journal of the Korean Society for Geosystem, Engineering 41, 228–234.
Zonge, K.L., Wynn, J.C., 1975, Recent advances and applications in complex resistivity measurements. Geophysics 40, 851– 864.