

روشی عددی برای محاسبه دقیق تصحیح توپوگرافی

مهدی مسیب‌زاده^۱، روح‌الله کریمی^۲، علیرضا آزموده اردلان^۳

^۱استادیار، دانشگاه آزاد اسلامی واحد زرنند کرمان mosayebz@ut.ac.ir

^۲دانشیار، گروه ژئودزی و مهندسی نقشه‌برداری، دانشگاه تفرش، karimi@tafreshu.ac.ir

^۳استاد، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی، دانشکده‌گان فنی، دانشگاه تهران، ardalan@ut.ac.ir

چکیده

مدل‌های ژئوپتانسیلی که صرفاً از مشاهدات ماهواره‌هایی مانند GRACE یا GOCE بدست آمده‌اند علی‌رغم داشتن دقت بالا در طول موج‌های بلند میدان گرانی، به دلیل درجه و مرتبه پایین، فاقد جزئیات و اثرات طول موج‌های کوتاه و متوسط میدان هستند. در این پژوهش، روشی عددی برای لحاظ کردن اثر جرم‌های نزدیک بر پایه مدل‌های رقومی توپوگرافی به منظور افزایش دقت مدل‌های ژئوپتانسیلی ارائه شده است. این روش، مبتنی بر المان‌های محدود بوده و می‌تواند اثرات جرم‌های توپوگرافی بر تابع‌های میدان گرانی را با دقتی بالا ارائه دهد. در این روش بر خلاف روش‌های معمول، از انتگرال نیوتن استفاده نشده و علی‌رغم سادگی روابط، از دقت بالایی برخوردار بوده و امکان افزودن پیچیدگی‌های هندسی زمین از جمله "کرویت" را فراهم می‌آورد. در این مقاله کارائی روش یاد شده بر پایه افزایش دقت ژئوئید و شتاب گرانی حاصل از مدل‌های ژئوپتانسیلی ماهواره‌ای با درجه و مرتبه پائین به نمایش گذاشته شده است.

واژه‌های کلیدی: تصحیح توپوگرافی، مدل ژئوپتانسیلی، شتاب ثقل، ارتفاع ژئوئید، روش المان محدود

A numerical method for precise computation of topographic effect

Mahdi Mosayebzadeh¹, Roohollah Karimi², Alireza A. Ardalan³

¹Islamic Azad University, Zarand Branch.

²Department of Geodesy and Surveying Engineering, Tafresh University, Tafresh 39518-79611, Iran.

³School of Surveying and Geospatial Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran 11365-4563, Iran.

Abstract

Satellite-only global geopotential models (GGMs) derived from missions such as GRACE and GOCE, in spite of high-accuracy in long wavelength components of gravity field, do not possess the medium and short wavelength features. In this study, a numerical method for implementing the effect of near masses based on Digital Terrain Models (DTM) to increase the accuracy of aforementioned models is developed. The method is based on finite elements and can provide the effect of topographic masses on gravity field functionals with high accuracy. In contrast to common methods, our method is not based on Newton integral and in spite of its simplicity has high accuracy and can incorporate geometrical complexity of Earth's geometry such as curvature, in its formulation. The efficiency of the method is shown via increasing the accuracy of the geoid and gravity computed from satellite-only GGMs.

Keywords: Topography correction, Geoid, Gravity correction, Finite element method

۱ - مقدمه

یکی از روش‌های مرسوم برای کنترل دقت و صحت مدل‌های ژئوپتانسیلی، مقایسه تابع‌های میدان ثقل تولید شده توسط مدل‌ها، با مشاهدات GPS/Leveling و نرم شتاب ثقل است. با نگاهی به مدل‌هایی که تولید می‌شوند، مشخص است که فقط تعداد محدودی از مدل‌های ژئوپتانسیلی تا درجات بسیار بالا تولید می‌شوند. بطور مثال مدل‌هایی که از مشاهدات ماهواره‌ای تنها، مثل ماهواره‌های GRACE و CHAMP و GOCE تولید می‌شوند، همگی درجات پایین میدان ثقل را بازسازی می‌کنند. به این ترتیب اگر بخواهیم دقت این مدل‌ها را در بازسازی مشاهدات شتاب ثقل یا ارتفاع ژئوئید افزایش دهیم، باید اثر ضرایب بالاتر میدان را در قالب تصحیح توپوگرافی به تابع‌های یاد شده اضافه کنیم. در این تحقیق، برای ارزیابی روش ارائه شده، از مدل ژئوپتانسیلی EGM2008 تا درجه ۲۱۹۰ و مرتبه ۲۱۶۰ (که بالاترین درجه و مرتبه در میان مدل‌های موجود است) استفاده شده است.

۲- مروری بر پژوهش‌های قبلی

تا کنون محققین بسیاری به محاسبه تصحیح توپوگرافی پرداخته‌اند. برای نمونه می‌توان به (Hirt c., 2009) و (Hirt et al., 2010) و (Nagy et al., 2000) و (Forsberg R., 1984)، (Martí U., 2004) و (Pavlis et al, 2007) اشاره کرد. برای انجام این محاسبات، نرم افزارها و برنامه‌هایی نیز به زبان‌های مختلف نوشته شده است. به‌عنوان مثال می‌توان به برنامه Gravsoft اشاره کرد. در مقالات اشاره شده، فرض بر این است که آن مقداری از جرم سطح کره زمین که توسط مدل‌های ژئوپتانسیلی درک نشده است، از مدل توپوگرافی سطح زمین بدست می‌آید. معمولاً سطح توپوگرافی زمین با مدل SRTM تخمین زده شده و مدل توپوگرافی سطح زمین نیز با مدل توپوگرافی EGM2006 تخمین زده می‌شود. البته در بعضی از تحقیقات مانند (Hirt c., 2009) بجای مدل توپوگرافی سطح زمین از متوسط ارتفاعات توپوگرافی واقعی سطح زمین استفاده شده که به‌صورت میانگین متحرک (Moving Average)، متوسط ارتفاعات اطراف نقطه مورد نظر را محاسبه می‌کند.

فرمول‌های محاسبه اثر توپوگرافی بر حسب پتانسیل و مشتقات آن با تقریب مسطحاتی را می‌توان در (Nagy et al., 2000) یافت. در این فرمول‌ها یک سیستم مختصات کارتزین محلی تعریف می‌شود که مبدا آن در نقطه محاسبه قرار دارد و مختصات تمامی نقاط اطراف، لازم است برای محاسبه به این سیستم تبدیل شوند. در تقریب مسطحاتی چند مشکل اصلی وجود دارد. اول اینکه اثر کرویت نادیده گرفته می‌شود. دوم اینکه محاسبات بسیار زمان‌بر بوده و با تغییر نقطه محاسباتی، کل محاسبات باید تکرار شود. مشکل سوم که در واقع مشکل اصلی این روش است، پیچیده و زمان‌بر بودن محاسبات بر اساس جواب تحلیلی انتگرال نیوتن بوده که بررسی و کنترل کدهای رایانه‌ای را مشکل می‌سازد.

۳- روش تحقیق

روش المان محدود (Finite Element) یک روش جایگزین در علم می‌است که با محاسبات پیچیده سروکار دارند. در این روش با بررسی تئوری مساله سعی می‌شود یک مساله بزرگ را به تکه‌های کوچک مرتبط با هم تجزیه کرده و این تکه‌های کوچک را با فرمول‌های ساده‌تر تحلیل نموده و سپس نتایج این مساله‌های کوچک را ترکیب و نتیجه مساله کلی را محاسبه کنند. در اینجا قصد داریم از این تکنیک در محاسبه تصحیح توپوگرافی استفاده کنیم. ابتدا فرض می‌کنیم که ارتفاع نقاط از طریق مدل رقومی توپوگرافی و ارتفاع معادل جرم‌های دیده شده در مدل ژئوپتانسیلی در اختیار است. هدف، محاسبه اثر جرم‌های باقیمانده (RTM) از تفاضل بین این ارتفاع حاصل از مدل توپوگرافی و ارتفاع حاصل از مشاهدات SRTM بر حسب پتانسیل و مشتقات درجات مختلف آن است. برای حل مشکل کرویت زمین و همچنین ساده شدن فرمول‌ها، تمامی محاسبات را در سیستم مختصات قراردادی زمین (CT) انجام می‌دهیم.

۳-۱- پتانسیل و ارتفاع ژئوئید حاصل از جرم‌های باقیمانده (RTM)

پتانسیل حاصل از یک جرم نقطه‌ای بر روی یک نقطه دیگر در فاصله r به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$U = \frac{Gm}{r} \quad (1)$$

m جرم نقطه مورد نظر، G ثابت جهانی جاذبه و r فاصله جرم نقطه‌ای تا نقطه مورد محاسبه است. حال در نظر بگیریم که اختلاف بین سطح توپوگرافی واقعی زمین (SRTM) با توپوگرافی محاسبه شده توسط مدل توپوگرافی، عدد کوچکی است. در نتیجه می‌توان فرض کرد که اگر زمین را به‌صورت شبکه‌هایی با اجزای کوچک افراز کنیم، هر مکعب به‌دست آمده در مقابل کره زمین، مانند یک نقطه بوده و می‌توان کل جرم مکعب را به مرکز ثقل این مکعب نسبت داد. البته می‌توان هر مکعب را به مکعب‌های کوچکتر نیز افراز کرد. اکنون اگر چگالی متوسط سطحی زمین را با ρ نمایش دهیم و مدل توپوگرافی باقیمانده را به مکعب‌های کوچک تقسیم کنیم، پتانسیل هر مکعب i در نقطه محاسباتی از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$dU_i = \frac{Gr dV_i}{r_i} \quad (2)$$

$$r_i = \sqrt{(x_i - x^*)^2 + (y_i - y^*)^2 + (z_i - z^*)^2} \quad (3)$$

که dV_i حجم مکعب i و r_i فاصله مکعب i تا نقطه محاسبه است. بنابراین پتانسیل حاصل از تمام مکعب‌های اطراف نقطه محاسبه از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$U^{RTM} = Gr \sum_{i=1}^n \frac{dV_i}{r_i} \quad (4)$$

که U^{RTM} پتانسیل محاسبه شده ناشی از اثر RTM است. برای محاسبه اثر RTM بر روی ارتفاع ژئوئید N^{RTM} ، از فرمول برنز به صورت زیر استفاده می‌شود:

$$N^{RTM} = \frac{U^{RTM}}{g} \quad (5)$$

که g شتاب ثقل نرمال است.

۲-۳- شتاب جاذبه حاصل از جرم‌های باقیمانده (RTM)

در رابطه (۲) می‌توان از dU_i در سه جهت x و y و z مشتق گرفت. باید توجه داشت که مشاهده شتاب ثقل به صورت یک عدد اسکالر است یعنی در واقع نرم شتاب ثقل مشاهده می‌شود. برای محاسبه اثر RTM بر روی شتاب ثقل حاصل از مدل ژئوپتانسیلی، ابتدا باید این اثر به صورت برداری با شتاب ثقل برداری جمع شده و سپس از نتیجه حاصل، نرم گرفت یعنی در هر سه محور، محاسبات به صورت مستقل انجام شده و در نهایت نرم را بدست آوریم.

۴- نتایج محاسبات عددی

برای انجام محاسبات عددی چند نکته باید مورد توجه قرار گیرد. اول اینکه تا چه شعاعی نسبت به نقطه مورد محاسبه (شعاع منطقه خارجی)، باید محاسبات را انجام دهیم؟ دوم اینکه آیا قدرت تفکیک مدل SRTM برای انجام محاسبات به صورت دیفرانسیلی کافی است یا اینکه باید هر المان حجمی را به قطعات کوچک‌تر تقسیم کنیم؟ سوم اینکه هر المان به چند تکه کوچک‌تر تقسیم شود؟ و چهارم اینکه تا چه فاصله‌ای باید المان‌ها را تکه تکه کنیم یا به عبارت دیگر شعاع منطقه داخلی را چه میزان در نظر بگیریم؟

برای آزمون روش پیشنهادی، ابتدا از ۲۸۴ ایستگاه چند منظوره سازمان نقشه‌برداری کل کشور استفاده می‌کنیم که نرم شتاب ثقل در این نقاط مشاهده شده است. در درجات مختلف (بین ۵۰۰ تا ۲۱۶۰)، "نرم شتاب جاذبه" در مدل EGM2008 محاسبه گردیده و سپس تصحیح جرم‌های باقیمانده (RTM) در شعاع‌های مختلف محاسبه و بر روی نتایج مدل اعمال کرده تا بهترین شعاع برای محاسبات RTM تعیین شود. سپس یک منطقه داخلی انتخاب شده و در این منطقه داخلی المان‌های حجمی RTM به مکعب‌های کوچک‌تری تقسیم شده و اثر این مکعب‌ها بر روی شتاب ثقل به صورت جزئی‌تر محاسبه گردید. پس از انجام محاسبات مختلف، نتایج در جدول (۱) خلاصه شده است.

برای دومین تست، تعداد ۸۴۱ نقطه از سازمان نقشه‌برداری دریافت گردید که دارای مشاهدات GPS/Leveling بوده و ارتفاع ژئوئید در آنها با دقت بالائی معلوم است. سپس با استفاده از روش پیشنهادی، محاسبات RTM انجام شد که نتیجه در جدول (۲) آورده شده است.

جدول (۱): نتایج محاسبات RTM بر روی نرم شتاب ثقل در ۲۸۴ ایستگاه چند منظوره

Mean(abs(dg)) After RTM (mgal)	Mean(abs(dg)) Before RTM (mgal)	RMS (dg) after RTM (mgal)	RMS (dg) Before RTM (mgal)	Best Inner Zone Radius for RTM (")	Best Outer radius For RTM (km)	n_max
16.614	20.507	26.565	26.743	30	20	500
13.259	17.178	20.59	23.513	30	7	720

Mean(abs(dg)) After RTM (mgal)	Mean(abs(dg)) Before RTM (mgal)	RMS (dg) after RTM (mgal)	RMS (dg) Before RTM (mgal)	Best Inner Zone Radius for RTM (“)	Best Outer radius For RTM (km)	n_max
11.2	14.822	16.42	19.782	30	5	1080
9.8331	13.204	14.456	17.108	30	5	1500
9.6099	12.479	14.795	16.655	30	5	1800
8.9982	11.12	12.896	15.118	30	5	2160

جدول (۲): نتایج محاسبات RTM بر روی ارتفاع ژئوئید در ۸۴۱ نقطه GPS/Leveling

STD (N_EGM2008+N_RTM) (m)	STD (N_EGM2008) (m)	n_max
0.276	0.452	360
0.271	0.268	2160

۵- بحث و نتیجه گیری

با توجه به نتایج جدول (۱) مشاهده می شود که اعمال روش المان محدود، باعث افزایش قابل ملاحظه دقت نتایج شده است. همچنین شعاع بهینه برای اعمال تصحیح توپوگرافی منطقه بیرونی بر روی شتاب ثقل حاصل از مدل ژئوپتانسیلی ۵ کیلومتر است. همچنین بهترین شعاع برای منطقه داخلی برابر ۳۰ ثانیه معادل یک کیلومتر تعیین گردید. در جدول (۲) مشاهده می شود که اعمال تصحیح RTM به روش المان محدود بر روی نتایج درجه ۳۶۰، باعث بهبود دقت شده تا جایی که با دقت مدل ژئوپتانسیل تا درجه ۲۱۶۰ برابری می کند. در درجه ۲۱۶۰ اعمال تصحیح RTM، تغییر معنی داری بر روی نتایج مدل نداشته است. محاسبات این روش، فارغ از خطای کرویت زمین بوده که از نکات مثبت روش محسوب می شود. محاسبات بسیار سریع بوده و تغییر نقطه محاسباتی، بسیار سریع و با کمترین محاسبات انجام می شود.

تشکر و قدردانی

از سازمان نقشه برداری کشور برای در اختیار قرار دادن داده های مورد نیاز این مطالعه، صمیمانه تشکر و قدردانی می شود.

منابع

- Forsberg R. (1984), A study of terrain reductions, density anomalies and geophysical inversion methods in gravity field modelling, Report 355, Department of Geodetic Science and Surveying, Ohio State University, Columbus, USA.
- Hirt, C., 2009. Prediction of vertical deflections from high-degree spherical harmonic synthesis and residual terrain model data, J. Geod., 84, 179-190. doi: 10.1007/s00190-009-0354-x.
- Hirt, C., Featherstone, W.E., Marti, U., 2010. Combining EGM2008 and SRTM/ DTM2006.0 residual terrain model data to improve quasigeoid computations in mountainous areas devoid of gravity data. Journal of Geodesy 84, 557-567.
- Marti U (2004), Comparison of SRTM data with the national DTMs of Switzerland, Electronic Proceed. GGSM 2004 IAG International Symposium Porto, Portugal. Published by Swisstopo, Wabern, Switzerland.
- Nagy D., G. Papp, and J. Benedek (2000), The Gravitational Potential and its Derivatives for the Prism J. Geod., 74(7-8), 552-560. DOI: 10.1007/s001900000116.
- Pavlis N.K., J.K. Factor, and S.A. Holmes (2007), Terrain-related gravimetric quantities computed for the next EGM, Proceed. of the 1st International Symposium of the International Gravity Field Service (IGFS), Istanbul, Turkey, Harita Dergisi, Special Issue 18, 318-323.